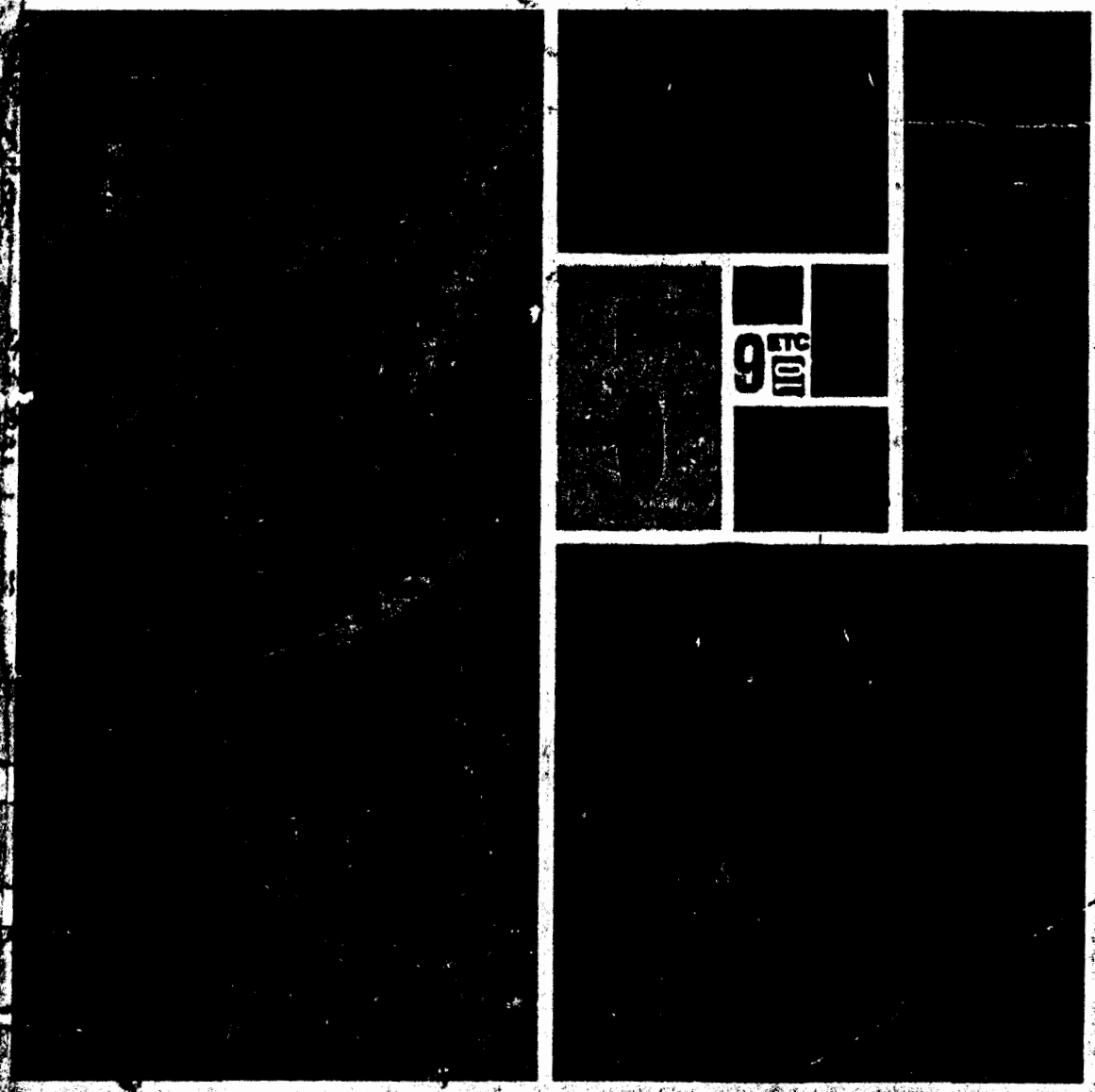
AUTOAPRENDIZAJE
Paso-a-Paso

ARITMETICA SIN ESFUERZO

...do práctico para dominar la asignatura.
...s de 1.800 ejercicios. Soluciones
...lladas de operaciones y problemas.
Respuestas a ejercicios y autoexámenes.

Manuel Sánchez Sordo



Olga Figueras Raymondi de Gellibert

Sumario

	Págs.
PRÓLOGO	9
1. NUMERACIÓN Sistema arábigo, 11; Decimales, 12; Numeración romana, 14; Representación de los números, 16; Igualdad y desigualdad, 16.	11
AUTOEXAMEN	19
2. OPERACIONES FUNDAMENTALES Operaciones aritméticas, 21; Clasificación de las operaciones aritméticas, 21; Adición, 22; Leyes de la adición, 22; Reglas prácticas para la adición, 24; Ejercicios resueltos, 24; Comprobación de la adición, 26; Sustracción, 29; Leyes de la sustracción, 29; Comprobación de la sustracción, 21; Ejercicios resueltos, 31; Multiplicación, 35; Leyes de la multiplicación, 35; Reglas prácticas para la multiplicación, 37; Procedimientos para multiplicar, 39; Comprobación de la multiplicación, 40; Ejercicios resueltos, 41; División, 45; Leyes de la división, 46; Reglas prácticas para la división, 48; Procedimiento para dividir, 50; Comprobación de la división, 50; Ejercicios resueltos, 50.	21
AUTOEXAMEN	55
3. PROBLEMAS CON LAS OPERACIONES FUNDAMENTALES Solución de un problema, 57; Problemas resueltos, 57.	57
AUTOEXAMEN	70
4. POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN Potencia, 73; Potenciación, 73; Cuadrados y cubos de los diez primeros números, 75; Raíz cuadrada, 76; Radicación, 76; Extracción de la raíz cuadrada de un número, 77.	73
5. DIVISIBILIDAD Definiciones, 81; Divisibilidad, 82; Descomposición en factores primos, 92; Máximo común divisor, (m.c.d.), 94;	81
AUTOEXAMEN	101
6. FRACCIONES O QUEBRADOS Fracción, 103; Términos de un quebrado, 103; Lectura de un quebrado, 104; Clasificación de los quebrados, 104; Número mixto, 106; Principales características de los quebrados, 106; Transformaciones de los números fraccionarios, 107; Simplificación de quebrados, 108; Reducción de quebrados a un común denominador, 110; Cálculo del mínimo común múltiplo (m.c.m.), 111; Reducción de quebrados al mínimo común denominador, 111.	103
AUTOEXAMEN	114
7. OPERACIONES Y PROBLEMAS CON QUEBRADOS Suma de quebrados, 117; Resta de quebrados, 119; Suma y resta combinadas, 120; Multiplicación de quebrados, 122; División de quebrados, 123; Fracción compleja, 124; Problemas con quebrados, 128; Problemas resueltos, 129.	117
AUTOEXAMEN	133

Págs.

8. REGLA DE TRES 137
Razón geométrica, 137; Proporción geométrica, 137; Proporcionalidad directa, 138; Proporcionalidad inversa, 138; Regla de tres, 139; Tipos de Regla de tres, 141; Regla de tres directa, 139; Regla de tres inversa, 140; Regla de tres compuesta, 140; Ejercicios resueltos, 141.
AUTOEXAMEN 149
9. TANTO POR CIENTO 151
Concepto, 151; Tipos de problemas, 151; Ejercicios resueltos, 153; Problemas, 154.
AUTOEXAMEN 163
10. INTERÉS SIMPLE Y COMPUESTO 165
Interés, 165; Interés simple, 165; Problemas resueltos de interés simple, 166; Interés compuesto, 169; Problemas resueltos de interés compuesto, 170.
AUTOEXAMEN 178
11. DESCUENTO BANCARIO 181
Concepto, 181; Tipos de descuento bancario, 181; Período de descuento, 181; Valor efectivo de un pagaré descontado, 183; Descuentos de letras de cambio, 188.
AUTOEXAMEN 191
12. SISTEMA DE MEDIDAS 193
Medidas, 193; Sistema Internacional, 194; Unidades fundamentales del Sistema Internacional, 194; Múltiplos y submúltiplos, 194; Medida de tiempo, 195; Medidas de longitud, 196; Definición del metro, 196; Conversiones, 197; Otras unidades de longitud, 198; Medidas de superficie, 198; Conversiones, 199; Medidas de volumen, 200; Conversiones, 200; Medidas de capacidad, 201; Conversiones, 201; Medidas de peso, 202; Conversiones, 203; Relación entre las medidas de capacidad, volumen y peso, 204; Problemas resueltos, 204.
AUTOEXAMEN 209
13. ÁREAS Y VOLÚMENES 211
Area del triángulo, 211; Area del paralelogramo, 211; Area del trapecio, 213; Area del círculo, 214; Cuadro resumen de áreas de figuras planas, 215; Volumen del prisma, 215; Volumen de la pirámide, 218; Volumen del cilindro de revolución o cilindro circular recto, 218; Volumen del cono de revolución o cono circular recto, 219; Volumen de la esfera, 220; Cuadro resumen de volúmenes de cuerpos geométricos, 221; Ejercicios resueltos, 221.
AUTOEXAMEN 226
14. NÚMEROS DENOMINADOS O COMPLEJOS 229
Definiciones, 229; Transformación, 229; Operaciones con números complejos, 232; Ejercicios resueltos, 233.
AUTOEXAMEN 236
RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS 239
RESPUESTAS A LOS AUTOEXÁMENES 254

Prólogo

En los tiempos actuales, el estudio de la Matemática se ha convertido en una necesidad del hombre moderno; su utilización es diaria y constante. Es difícil imaginarnos un área donde no se la emplee con frecuencia.

Muchos llaman a la Matemática la reina de las Ciencias por su incidencia y aplicación en otras Ciencias: la Física, Química, Ingeniería, Biología, no tendrían el desarrollo actual sin el auxilio de la Matemática.

Estudios recientes efectuados, tanto en áreas industriales como agrícolas, revelan la urgente necesidad de impartir cursos de Matemática dirigidos a cubrir, como mínimo, los siguientes aspectos:

a) Dominio de las operaciones aritméticas fundamentales.
b) Comprensión y utilización correcta de ecuaciones algebraicas.
c) Comprensión y utilización correcta de conceptos geométricos destinados principalmente a la realización de mediciones.

Este libro es el primero de una serie cuyo objetivo es capacitar al lector para enfrentarse a los problemas matemáticos que plantea el mundo actual. Le siguen Álgebra I *y* II, Geometría *y* Trigonometría. *En todos ellos se exponen los conceptos en forma clara y precisa, desarrollando los métodos de solución paso a paso de forma que, siguiendo el cauce pedagógico indicado, se llegue a una comprensión total de los diferentes aspectos.*

La utilidad de esta obra es múltiple: ayuda al estudiante que cursa estudios regulares a mejorar el aprendizaje de los conceptos, mientras se adiestra en la solución de problemas por medio de casi 2000 ejercicios resueltos y propuestos. Al final de cada capítulo aparece un autoexamen para alcanzar una autoevaluación objetiva.

Al profesor le auxilia como guía en el modo de enseñanza de los diferentes capítulos y como fuente de ejercicios para el aula, trabajos extraescolares, evaluaciones, etc. También puede servir a los padres que deseen ayudar a sus hijos en sus estudios, así como a cualquier persona que quiera repasar o aprender por su cuenta los conceptos básicos de la Aritmética.

1. Numeración

1.1. Sistema arábigo

La **numeración** nos brinda las reglas para formar, nombrar, escribir y leer los números.

Nuestro sistema de numeración fue inventado por los árabes, por lo que recibe el nombre de **arábigo.**

En este sistema el valor de cada número depende de su posición en relación con otros números, así por ejemplo:

5	cinco.
50	cincuenta.
500	quinientos.
5 000	cinco mil.
50 000	cincuenta mil.
500 000	quinientos mil.
5 000 000	cinco millones.

En el primer caso el número 5 representa unidades, en el segundo decenas, en el tercero centenas, en el cuarto millares, en el quinto decenas de millar, en el sexto centenas de millar y en el séptimo millones *.

Ejemplos:

1) El número 5 430 225 se lee:
cinco millones cuatrocientos treinta mil doscientos veinticinco.
2) El número 405 003 se lee:
cuatrocientos cinco mil tres.
3) El número 200 000 025 se lee:
doscientos millones veinticinco.
4) El número 2 000 006 se lee:
dos millones seis.
5) 40 025 000 122 se lee:
cuarenta billones veinticinco millones ciento veintidós.

* En Estados Unidos se sigue la norma de separar los millares mediante una coma, mientras que en Europa y otros países de América se les separa mediante un punto. En este libro hemos adoptado la convención de dejar un espacio blanco, ya que esto evita confusiones y, al parecer, se está imponiendo en la mayor parte de los textos modernos.

6) El número cuatrocientos mil doscientos cuatro se escribe:
400 204
7) El número tres millones quince se escribe:
3 000 015
8) El número ciento quince millones cuarenta mil veintidós se escribe:
115 040 022
9) Siete billones un millón cinco mil cuatro se escribe:
7 001 005 004
10) Tres millones quince mil cuatro se escribe:
3 015 004

Ejercicio 1

Escriba el nombre de los siguientes números:

1)	520 350	6)	301 004	11)	15 015
2)	50 452 385	7)	10 452 000 042	12)	102 000
3)	45 385 915	8)	852 000 010	13)	12 002 004
4)	450 285	9)	115 380 450 005	14)	8 002 003 009
5)	5 000 001	10)	120 400 009	15)	10 502 012

Ejercicio 2

Escriba los siguientes números:

1) Nueve millones cincuenta.
2) Cuatrocientos millones mil doscientos cuarenta y tres.
3) Cincuenta billones cuarenta mil doscientos cinco.
4) Cinco millones cinco.
5) Cuatro millones cincuenta.
6) Trescientos dos mil.
7) Ochocientos millones setenta.
8) Ciento cincuenta mil quince.
9) Seis millones veintiocho.
10) Un billón dos.

1.2. Decimales

El sistema de numeración arábigo es un sistema **decimal** o en base diez, por lo que cuando el lugar del número se desplaza de izquierda a derecha va aumentando diez veces por cada desplazamiento.

5	cinco.
50	cincuenta.
500	quinientos.

Para expresar números menores que el uno, se coloca el llamado punto decimal * y el número se divide por diez según se desplaza hacia la derecha, así por ejemplo tenemos:

0.5	cinco décimas.
0.05	cinco centésimas.
0.005	cinco milésimas.
0.0005	cinco diezmilésimas.
0.00005	cinco cienmilésimas.

Los decimales tienen un equivalente en números fraccionales de la forma siguiente:

$0.5 = \frac{5}{10}$, o sea, el resultado de $\frac{1}{10} \times 5$

$0.05 = \frac{5}{100}$, o sea, el resultado de $\frac{1}{100} \times 5$

$0.005 = \frac{5}{1000}$, o sea, el resultado de $\frac{1}{1000} \times 5$

Cuando nos encontramos con un número que posee parte entera y parte decimal, su lectura se puede efectuar de la siguiente manera:

1 815.52

mil ochocientos quince unidades, cincuenta y dos centésimas.
O bien:
mil ochocientos quince punto cincuenta y dos.

Ejercicio 3

Escriba el nombre de los siguientes números:

1) 15 210.9
2) 0.2
3) 14.001
4) 820 150. 0004
5) 0.1
6) 1 000.01
7) 25 000 000 110.001
8) 110 000 250.154
9) 0.015
10) 6 000 006.66
11) 100 015.901
12) 400 003.8004
13) 15 000.6015
14) 0.9025

Ejercicio 4

Escriba los siguientes números:

1) Quinientas cuarenta y cinco unidades, tres milésimas.
2) Un millón cincuenta unidades, cinco diezmilésimas.

* En Europa se utiliza una coma (,) y en Estados Unidos un punto (.) pero el significado es el mismo.

3) Trescientos mil cuatro unidades seiscientas cuarenta y dos milésimas.
4) Dos millones cuatrocientas mil quinientas unidades, quince centésimas.
5) Mil dos unidades, dieciséis milésimas.
6) Quince milésimas.

1.3. Numeración romana

La numeración romana, como su nombre lo indica, fue el sistema utilizado por los romanos. Actualmente todavía se le utiliza para indicar fechas, siglos, capítulos de los libros, horas en algunos relojes y en los monumentos.

La numeración romana no utiliza, como la arábiga, el principio del valor relativo, sino que sus símbolos tienen siempre el mismo valor, independientemente del lugar que ocupen.

1.3.1. Valor de los símbolos

La numeración romana utiliza 7 letras que representan diferentes valores, y son:

I = uno.	C = cien.
V = cinco.	D = quinientos.
X = diez.	M = mil.
L = cincuenta.	

Con estas letras combinadas se construyen los demás números, así por ejemplo, los números del 1 al 10 son:

I = 1	VI = 6
II = 2	VII = 7
III = 3	VIII = 8
IV = 4	IX = 9
V = 5	X = 10

Nótese que si a la derecha de una cifra se le coloca otra igual o menor, el valor de la primera cifra se aumenta con el de la segunda. Nunca se deben emplear más de tres símbolos iguales a la derecha de otra cifra, ni aislados. Por otra parte, si a la izquierda de una cifra colocamos otra menor, el valor de ésta se resta a la cifra original. Nunca se debe emplear más de un símbolo a la izquierda de otra mayor.

Ejemplos:

CX = C + X = 100 + 10 = 110
CXX = C + X + X = 100 + 10 + 10 = 120
CXXX = C + X + X + X = 100 + 10 + 10 + 10 = 130
XC = C − X = 100 − 10 = 90
XL = L − X = 50 − 10 = 40

Cuando aparece una rayita encima de la letra, indica tantos millares como unidades tenga la letra y dos rayitas indican tantos millones como unidades tenga la letra. Así por ejemplo:

$\overline{C} = 100\,000$
$\overline{X} = 10\,000$
$\overline{\overline{V}} = 5\,000\,000$
$\overline{\overline{XXX}} = 30\,000\,000$

Ejemplos:

A continuación se brindan algunos ejemplos que pueden servir de guía al lector:

IX = 9
XIV = 14
XVIII = 18
XIX = 19
XXXIV = 34
XXXIX = 39
XLVIII = 48
LIII = 53
LXXIII = 73
LXXXIV = 84
XCIX = 99
CCCXLVIII = 348
CDXLIV = 444
DCCCLXXXVIII = 888
CMXCVII = 997
MCCXXXIV = 1 234

MMMCCCLXXXVII = 3 387
$\overline{IV}$CCI = 4 201
$\overline{IX}$XXV = 9 025
$\overline{XL}$DCCC = 40 800
$\overline{LXX}$CMLXXXVIII = 70 988
$\overline{XC}$DCLXXV = 90 675
$\overline{C} = 100\,000$
$\overline{CCCCCCXXXIII} = 300\,333$
$\overline{DLXXII}$DCCXXV = 572 725
$\overline{CMXXXVIII}$CDXXIII = 938 423
$\overline{M} = 1\,000\,000$
$\overline{M} = 1'000'000\,000$
$\overline{III} = 3\,000\,000$
$\overline{V} = 5\,000\,000$
$\overline{\overline{DCCCXXXIII}}\,\overline{CCCXL}$CCL = 833 340 250
$\overline{CM}$ I = 900 001

Ejercicio 5

A) Escribir los siguientes números en el sistema romano:

1) 88
2) 14
3) 92
4) 145
5) 1 227
6) 998
7) 333
8) 4 008
9) 7 036
10) 9 003
11) 3 333
12) 15 425
13) 40 485
14) 18 725
15) 550 225
16) 727 415
17) 1 100 000
18) 3 420 325
19) 15 180 000
20) 225 000 000

B) Escribir los siguientes números en el sistema arábigo:

1)	XIII	11)	MDLXIX
2)	XIX	12)	MMCCCXXX
3)	XXI	13)	MMMCDXLIII
4)	XVII	14)	$\overline{\text{IV}}$.
5)	DXXV	15)	$\overline{\overline{\text{IV}}}$
6)	CCC	16)	$\overline{\text{MMM}}$XXXIII
7)	CDLIV	17)	$\overline{\text{IX}}\overline{\text{CD}}\overline{\text{XL}}$CCC
8)	DCCLXVI	18)	$\overline{\overline{\text{CC}}}\overline{\text{D}}XXX\overline{\text{III}}$CCCIII
9)	MCXCIX	19)	$\overline{\text{XIV}}$CXV
10)	MCDXCII	20)	$\overline{\text{XIII}}\overline{\text{CD}}$III

1.4. Representación de los números

Es costumbre en Matemática la de representar los números mediante letras, por ejemplo, si tenemos una serie de datos conocidos podemos representarlos por las letras:

a
b
c
d
e

Para las incógnitas generalmente se utilizan las últimas letras del alfabeto, por ejemplo:

x
y
z

Si queremos expresar una sucesión de números podemos utilizar apóstrofes o subíndices, tal como hacemos en los siguientes ejemplos:

C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6
C^{I}, C^{II}, C^{III}, C^{IV}, C^{V}, C^{VI}

La utilización de letras del alfabeto griego también es frecuente en nuestra disciplina.

1.5. Igualdad y desigualdad

Como un mismo número puede ser representado por expresiones diferentes, puede establecerse una relación entre ellas conocida como igualdad:

$a = b$

Si los números fueran diferentes, su relación se denomina desigualdad, y se expresa de la siguiente forma:

$a \neq b$

pudiendo ser a mayor que b:

$a > b$

o a menor que b:

$a < b$

Si desconocemos la relación que existe entre dos expresiones cualesquiera, podemos expresarla como:

$a \gtreqless b$

Lo que significa que a puede ser mayor, igual o menor que b.

Cuando un número se encuentra comprendido entre otros dos, se puede indicar mediante una doble desigualdad, por ejemplo:

$a > b > c$

Lo que significa que b se encuentra comprendido entre a y c, por ser a mayor que él y a su vez él ser mayor que c.

$c < b < a$

Que significa que c es menor que b y este último menor que a.

Veamos ahora algunas características de las igualdades y desigualdades. Toda igualdad debe satisfacer las siguientes condiciones:

A) Propiedad idéntica, o sea, cumplirse que:

$$a = a$$

B) Propiedad recíproca, que nos dice que si:

$$a = b$$

entonces

$$b = a$$

C) Propiedad transitiva, que indica que si se cumple que:

$$a = b$$

y

$$b = c$$

se cumple que:

$$a = c$$

Por otra parte, en toda desigualdad podemos invertir los miembros de la misma si al mismo tiempo cambiamos el sentido de la desigualdad, ejemplo:

$$a > b$$
$$b < a$$

Ejercicio 6

Coloque el signo de relación correspondiente a cada caso:

1) 5 3
2) 4 1
3) 2 2
4) 1 5
5) 1 3 5
6) 0.2 0.0999

7) 1.1 1.0856
8) 15 2 1
9) 1 001 500
10) 0.01 0.1
11) 1 0.99
12) 0.1 0.09999
13) 9.08 9.1
14) a b (se desconocen los valores de a y b)
15) 0.99 0.89 0.09

AUTOEXAMEN 1

Escoja la respuesta correcta:

1. Nuestro sistema de numeración fue inventado por:

   a) Los romanos.
   b) Los griegos.
   c) Los egipcios.
   d) Los babilonios.
   e) Los árabes.

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ◉

2. El número 1 000 015 se lee:

   a) Un millón quince.
   b) Cien mil quince.
   c) Un billón quince.
   d) Diez mil quince.
   e) Diez millones quince.

   2. a ◉ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. El número diez millones ciento cincuenta mil dos se escribe:

   a) 10 150 200
   b) 1 150 002
   c) 10 150 002
   d) 10 152.
   e) 10 015 002

   3. a ☐ b ☐ c ◉ d ☐ e ☐

4. El número 4.025 se lee:

   a) Cuatro unidades veinticinco décimas.
   b) Cuatro unidades veinticinco centésimas.
   c) Cuatro unidades veinticinco milésimas.
   d) Cuatro unidades veinticinco diezmilésimas.
   e) Cuatro unidades veinticinco cienmilésimas.

   4. a ☐ b ☐ c ◉ d ☐ e ☐

5. El número 1 005.0029 se lee:

a) Mil cinco unidades, veintinueve décimas.
b) Mil cinco unidades, veintinueve centésimas.
c) Mil cinco unidades, veintinueve milésimas.
d) Mil cinco unidades, veintinueve diezmilésimas.
e) Mil cinco unidades, veintinueve cienmilésimas.

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐

6. Los signos de relación correspondientes al caso 0.009 ☐ 0.008 ☐ 0.0009 son:

a) < <
b) > >
c) = =
d) = ≠
e) > <

6. a ☐ b ☒ c ☐ d ☐ e ☐

7. El número 1 499 se escribe en el sistema romano.

a) MCCCCLXXXIX
b) MCCCCLXXXXIX
c) MCDXCIX
d) MCDLXXXXIX
e) MIVCXCIX

7. a ☐ b ☐ c ☒ d ☐ e ☐

8. El número $\overline{\text{IX}}$CMXCIX se escribe en el sistema arábigo:

a) 999
b) 900 999
c) 9 900 999
d) 9 999
e) 90 999

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☒ e ☐

2. Operaciones fundamentales

2.1. Operaciones aritméticas

El objetivo de toda operación aritmética es el de formar un número por medio de otros conocidos.

Los números conocidos reciben el nombre de **datos** y al que se obtiene por la operación, **resultado.**

Se llama **calcular** a la acción de efectuar una operación u operaciones.

2.2. Clasificación de las operaciones aritméticas

Las operaciones aritméticas se clasifican en:

a) directas
b) inversas

Las operaciones directas, llamadas también de composición, son tres:

a) adición
b) multiplicación
c) potenciación

Las operaciones inversas reciben también el nombre de descomposición y son cuatro:

a) sustracción
b) división
c) radicación
d) logaritmación

Nos ocuparemos ahora de las llamadas operaciones fundamentales, que son:

a) adición
b) sustracción
c) multiplicación
d) división

2.3. Adición

La **adición o suma** es la operación aritmética que consiste en reunir en un solo número las unidades de varios números dados.

En esta operación los datos reciben el nombre de **sumandos** y al resultado se le denomina **suma:**

$$\left.\begin{array}{r} 1525 \\ +\ 80600 \\ 12 \end{array}\right\} \text{sumandos}$$
$$\left\{\begin{array}{r} 82137 \end{array}\right. \text{suma}$$

2.4. Leyes de la adición

a) Ley de la uniformidad

La suma de varios números tiene siempre un valor único.

Ejemplos:

$$5 + 2 + 3 = 10$$
$$\$5 + \$2 + \$3 = \$10$$

También se puede plantear que si se suman miembro a miembro varias igualdades, el resultado que se obtiene es otra igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a = a' \\ +\ b = b' \\ c = c' \\ \hline a + b + c = a' + b' + c' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 = 5 \\ +\ 4 = 4 \\ 8 = 8 \\ \hline 5 + 4 + 8 = 5 + 4 + 8 \\ 17 = 17 \end{array}$$

Se cumple que:

b) Ley asociativa

Si en una suma intervienen tres o más sumandos, podemos sustituir dos o más de ellos por su suma, sin que se altere el resultado; de igual forma un sumando puede descomponerse en otros cuya suma sea dicho sumando, sin que se altere la suma primitiva.

Ejemplos:

$$a + b + c + d + e + f + g = a + (b + c) + (d + e + f + g)$$
$$4 + \underbrace{3 + 5}_{8} + \underbrace{8 + 12}_{20} = 4 + 8 + 20$$
$$32 = 32$$

c) Ley conmutativa

El orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplos:

$$a + b + c + d + e = c + b + a + d + e$$
$$6 + 5 + 3 = 5 + 3 + 6$$
$$14 = 14$$

d) Ley de monotonía

Si se suma miembro a miembro una igualdad y una desigualdad, se obtiene como resultado una desigualdad del mismo sentido que ésta:

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a = b \\ + \quad c < d \\ \hline a + c < b + c \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 = 6 \\ + \quad 4 < 7 \\ \hline 6 + 4 < 6 + 7 \\ 10 < 13 \end{array}$$

Por otra parte, si sumamos miembro a miembro varias desigualdades del mismo sentido, obtenemos otra desigualdad del mismo sentido.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a < d \\ + \ b < e \\ c < f \\ \hline a + b + c < d + e + f \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 < 5 \\ + \ 5 < 7 \\ 7 < 9 \\ \hline 3 + 5 + 7 < 5 + 7 + 9 \\ 15 < 21 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 > 2 \\ + \ 7 > 5 \\ 2 > 1 \\ \hline 4 + 7 + 2 > 2 + 5 + 1 \\ 13 > 8 \end{array}$$

NOTA: cuando se suman desigualdades de sentido contrario, no se puede anticipar el resultado; ya que puede obtenerse una desigualdad de uno u otro signo e incluso una igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 5 > 3 \\ + \quad 6 < 9 \\ \hline 5 + 6 < 3 + 9 \\ 11 < 12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 > 2 \\ + \quad 2 < 3 \\ \hline 5 + 2 > 2 + 3 \\ 7 > 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 > 2 \\ + \quad 2 < 5 \\ \hline 5 + 2 = 2 + 5 \\ 7 = 7 \end{array}$$

2.5. Reglas prácticas para la adición

En la adición, al igual que en otras operaciones matemáticas, la rapidez y precisión con la que se efectúa la operación es de gran importancia. A continuación se brindan algunas reglas que ayudarán en este sentido.

1. Cuando esté realizando una suma de varios números, piense solamente en los resultados y no en los números que intervienen. Por ejemplo, en la siguiente columna de números:

$$\begin{array}{r} 8 \\ 5 \\ +\ 4 \\ 6 \end{array}$$

Piense en los resultados: 13, 17, 23 y no piense que 8 + 5 es 13 y 13 + 4 es 17, etcétera.

2. Siempre que le sea posible agrupe varios números, lo que hará que la suma se efectúe con mayor rapidez y menores probabilidades de error. Por ejemplo, en la siguiente columna se agrupan varios números acortando la suma:

$$\begin{array}{rl} \left.\begin{array}{r} 4 \\ 9 \\ 7 \end{array}\right\} & \\ \left.\begin{array}{r} 6 \\ 5 \\ +\ 3 \end{array}\right\} & 20 \\ \left.\begin{array}{r} 4 \\ 8 \\ 9 \end{array}\right\} & \\ \left.\begin{array}{r} 2 \\ 6 \end{array}\right\} & 14 \\ & 21 \\ & 8 \\ \hline & 63 \end{array}$$

3. Memorice algunas combinaciones que se dan con frecuencia en la práctica, en aras de una mayor rapidez. Ejemplo:

7 + 3 = 10 6 + 3 = 9
7 + 5 = 12

4. Siempre que le sea posible compruebe los resultados.

2.6. Ejercicios resueltos

1) Observe cuidadosamente las siguientes sumas y verifique el resultado cuidadosamente:

$$\begin{array}{r} 5867 \\ +\ 1525 \\ \hline 7392 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7567 \\ +\ 342 \\ \hline 67 \\ \hline 7976 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4.03 \\ +\ 2.74 \\ \hline 6.77 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28947 \\ +\ 43496 \\ 27560 \\ 37480 \\ \hline 137483 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ \$\ 207.45 \\ \$\ 190.70 \\ \hline \$\ 398.15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$\ 1874.86 \\ +\ \$\ 797.42 \\ \$\ 688.72 \\ \hline \$\ 3361.00 \end{array}$$

2) Aplique la ley de uniformidad de la suma a la siguiente igualdad:

$$\begin{aligned} p &= q + 2 \\ r &= s \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{array}{rl} & p = q + 2 \\ + & r = s \\ \hline & p + r = q + s + 2 \end{array}$$

Respuesta: $p + r = q + s + 2$

3) Aplique la ley asociativa de la suma a la siguiente igualdad:

$$5 + 3 + 4 + 8 = 20$$

Solución:

$$\begin{aligned} 5 + 3 + 4 + 8 &= 20 \\ 8 + 12 &= 20 \end{aligned}$$

Respuesta: $8 + 12 = 20$

4) Aplique la ley de monotonía de la suma a:

$$\begin{aligned} m &= n \\ p &> q \\ r &> s \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{array}{rl} & m = n \\ + & p > q \\ & r > s \\ \hline & m + p + r > n + q + s \end{array}$$

Respuesta: $m + p + r > n + q + s$

5) Aplicar la ley conmutativa de la suma a la suma: $x + y + z$.

Solución: esta suma puede escribirse de 6 formas diferentes al aplicarle la ley conmutativa; para ello vamos cambiando el orden de los sumandos.

Respuesta:

$$\begin{aligned} &x + y + z \\ &x + z + y \\ &y + x + z \\ &y + z + x \\ &z + x + y \\ &z + y + x \end{aligned}$$

2.7. Comprobación de la adición

Existen varios métodos para comprobar una suma, veamos algunos:

2.7.1. Método de la suma en sentido inverso

Si realizó la suma de una columna de números de arriba hacia abajo, para comprobar el resultado efectúe la suma de abajo hacia arriba como se indica:

Operación:		*Comprobación:*	
	7		8
	9		3
	+ 6		+ 6
	3		9
	8		7
	33		33

2.7.2. Método del cajero

Este método consiste en sumar cada columna por separado y colocar los resultados, como se indica en el ejemplo para efectuar la comprobación:

Operación:		*Comprobación:* comenzando por la columna derecha:	
	5315	suma 1.ª columna:	16
	482	suma 2.ª columna:	18
	10711	suma 3.ª columna:	14
+	60	suma 4.ª columna:	5
	22	suma 5.ª columna:	1
	6		16596
	16596		

Ejercicio 7

Ejercicio de rapidez: efectúe las siguientes sumas mentalmente, tratando de completar el ejercicio en menos de 25 segundos.

6	5	3	4	6	8	4	6	7	8
3	4	7	9	5	7	2	9	6	3
6	8	4	8	8	9	7	5	5	7
1	8	4	1	9	7	1	5	1	2
6	1	5	3	8	7	1	3	3	8
4	1	7	5	2	5	4	9	3	4
9	9	6	9	8	3	1	6	4	9
1	5	2	2	5	4	3	8	7	9

Ejercicio 8

Efectúe las siguientes sumas agrupando tal y como se indica en el ejemplo:

Ejemplo:

5	
3	8
6	
4	18
9	
2	29
5	
1	35 éste es el resultado de la suma.

1)	2)	3)	4)	5)
4	7	6	8	5
5	5	6	5	9
7	4	5	5	3
2	9	9	5	3
8	3	7	2	3
8	1	7	3	7
9	7	8	4	4
3	7	1	7	6

6)	7)	8)	9)	10)
5	6	4	5	3
9	6	1	5	9
2	6	2	5	6
3	3	9	6	7
5	8	9	4	7
4	7	5	7	5
7	7	3	2	2
1	7	2	9	1

Ejercicio 9

1) Aplicar la ley de uniformidad de la suma a las siguientes igualdades:

a) $5 = 5$, $x = y$ b) $a = b$, $m = n$ c) $3 = 3$, $p + r = 8$, $8 + s = t + u$ d) $4 + b = x$, $y = a + 5$, $3 + z = 9$

2) Aplique la ley asociativa de la suma a la siguiente igualdad:

$$9 + 3 + 8 + 4 + 5 = 29$$

3) Aplicar la ley conmutativa de la suma a:

a) $m + n + o$
b) $c + d + e + f$
c) $5 + 2 + 3$
d) $8 + 5 + 4 + 3$

4) Aplicar la ley de monotonía de la suma:

a) $9 = 9$, $3 > 2$ b) $12 = 12$, $a = 2$, $b > c$ c) $9 < 10$, $7 < 15$ d) $m = n$, $o < p$, $q < r$

e) $f = g$, $h + i < j + k$, $l + m < n$, $o = p + q$ f) $a = 9$, $b = 8$, $c + d < 15$, $9 < f + g$

Ejercicio 10

Determine el total mensual de ventas y el total anual de ventas de cada departamento.

Realice la comprobación sumando los totales verticales de la última columna y comparándolos con los totales horizontales de la última fila.

Mes	*Comidas*	*Bebidas*	*Cigarros*	*Confitería*	*Total*
Enero	15215.10	5150.10	1210.15	2850.00	
Febrero	12800.25	6200.75	942.80	2225.15	
Marzo	16320.83	4990.10	1320.20	1990.25	
Abril	14290.75	4855.00	990.75	2015.50	
Mayo	16311.82	6140.10	1005.40	2450.75	
Junio	10805.20	4210.15	815.50	1855.00	
Julio	14320.00	5425.40	925.30	2025.00	
Agosto	12815.12	4120.40	1015.40	2150.15	
Septiembre	14325.20	5425.75	1150.10	2215.00	
Octubre	15422.18	6825.00	1200.05	2150.70	
Noviembre	16810.00	7800.10	1250.70	2425.20	
Diciembre	18450.15	8320.15	1425.00	2890.00	
Total					

Ejercicio 11

Efectúe las siguientes sumas y realice la comprobación por el método del cajero.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a = b \\ \underline{c = d} \\ a - c = b - d \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 = 9 \\ \underline{5 = 5} \\ 9 - 5 = 9 - 5 \\ 4 = 4 \end{array}$$

2.9.2. Ley de monotonía

Esta ley podemos plantearla en tres partes:

1) Si de una desigualdad (minuendo) se resta una igualdad (sustraendo) se obtiene una desigualdad del mismo sentido que la del minuendo.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a > b \\ \underline{c = d} \\ a - c > b - d \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 > 3 \\ \underline{2 = 2} \\ 5 - 2 > 3 - 2 \\ 3 > 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 < 7 \\ \underline{3 = 3} \\ 4 - 3 < 7 - 3 \\ 1 < 4 \end{array}$$

2) Si de una desigualdad (minuendo) se resta otra desigualdad (sustraendo) de sentido contrario, se obtiene una desigualdad del mismo sentido que la del minuendo.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a > b \\ \underline{c < d} \\ a - c > b - d \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 > 6 \\ \underline{3 < 5} \\ 9 - 3 > 6 - 5 \\ 6 > 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 < 7 \\ \underline{4 > 3} \\ 5 - 4 < 7 - 3 \\ 1 < 4 \end{array}$$

NOTA: cuando se restan miembro a miembro desigualdades del mismo sentido, no se puede anticipar el resultado; ya que puede obtenerse una desigualdad de uno u otro sentido e incluso una igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 7 > 3 \\ \underline{5 > 2} \\ 7 - 5 > 3 - 2 \\ 2 > 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6 > 4 \\ \underline{5 > 1} \\ 6 - 5 < 4 - 1 \\ 1 < 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7 > 3 \\ \underline{5 > 1} \\ 7 - 5 = 3 - 1 \\ 2 = 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 < 10 \\ \underline{5 < 8} \\ 9 - 5 < 10 - 8 \\ 4 < 2 \end{array}$$

2.10. Comprobación de la sustracción

Veamos el método mediante un ejemplo:

$$\begin{array}{r} 98.76 \\ -\ 35.42 \\ \hline 63.34 \end{array}$$

Una vez efectuada la resta se suma el resto con el sustraendo y debemos obtener el minuendo, así:

$$\begin{array}{r} 63.34 \\ +\ 35.42 \\ \hline 98.76 \end{array}$$

En muchas ocasiones la resta no se puede efectuar directamente como en el ejemplo anterior, por ser el número correspondiente a la columna del sustraendo mayor que el número correspondiente a la columna del minuendo; en esos casos se pide prestada una unidad de la columna anterior, como se ve en el ejemplo:

$$\begin{array}{r} 295.15 \\ -\ 157.06 \\ \hline 138.09 \end{array}$$

no puedo restar 6 de 5; al pedir prestado una decena a la columna anterior queda 15 − 6 = 9; luego añadimos dicha decena al sustraendo de la columna anterior y queda 1 − 1 = 0. Lo mismo sucede al restar 7 de 5.

La comprobación sería:

$$\begin{array}{rl} & 9 + 6 = 15 \text{ (el 1 pasa a la columna anterior)} \\ 1 + 0 + 0 = & 1 \\ & 8 + 7 = 15 \text{ (el 1 pasa a la columna anterior)} \\ 1 + 3 + 5 = & 9 \\ & 1 + 1 = 2 \end{array}$$

2.11. Ejercicios resueltos

1) Obsérvense cuidadosamente las siguientes restas y verifique el resultado cuidadosamente:

$$\begin{array}{r} 479 \\ -\ 108 \\ \hline 371 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6367 \\ -\ 5360 \\ \hline 1007 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7673 \\ -\ 3445 \\ \hline 4228 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2643 \\ -\ 1356 \\ \hline 1287 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \$\ 309.45 \\ -\ \$\ 139.15 \\ \hline \$\ 170.30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$\ 396.42 \\ -\ \$\ 219.73 \\ \hline \$\ 176.69 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$\ 1499.26 \\ -\ \$\ 162.20 \\ \hline \$\ 1337.06 \end{array}$$

2) Aplicar la ley de uniformidad de la resta a las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} m &= n \\ o &= p \end{aligned}$$

Solución:

$$\begin{array}{r} m = n \\ -\ o = p \\ \hline m - o = n - p \end{array}$$

Respuesta: $m - o = n - p$

3) Aplicar la ley de monotonía de la resta:

a) $\begin{aligned} 5 &> 3 \\ 2 &= 2 \end{aligned}$

Solución:

$$\begin{array}{r} 5 > 3 \\ -\ 2 = 2 \\ \hline 5 - 2 > 3 - 2 \\ 3 > 1 \end{array}$$

Respuesta: $3 > 1$

b) $\begin{aligned} 9 &= 9 \\ 4 &> 2 \end{aligned}$

Solución:

$$\begin{array}{r} 9 = 9 \\ -\ 4 > 2 \\ \hline 9 - 4 < 9 - 2 \\ 5 < 7 \end{array}$$

Respuesta: $5 < 7$

c) $\begin{aligned} 15 &> 12 \\ 6 &< 3 \end{aligned}$

Solución:

$$\begin{array}{r} 15 > 12 \\ -\ 3 < 6 \\ \hline 15 - 3 > 12 - 6 \\ 12 > 6 \end{array}$$

Respuesta: $12 > 6$

Ejercicio 12

Ejercicio de rapidez. Halle las siguientes sustracciones. Trate de realizarlo en un tiempo menor a 1 minuto.

5	7	9	8	6	7	3	9	8	4
3	2	4	7	2	4	1	5	3	1
14	15	19	13	14	12	11	16	17	18
7	8	9	7	9	5	6	7	8	9
22	25	28	23	21	33	35	38	34	39
17	14	19	17	9	22	24	27	28	29
45	42	47	48	46	55	58	57	52	54
38	31	39	34	37	42	49	48	46	47

Ejercicio 13

1) Aplicar la ley de uniformidad de la resta a las siguientes igualdades.

a) $c = d$ $e = f$ b) $7 = 7$ $5 = 5$ c) $r = s$ $t = u$ d) $p = q$ $r = s$ e) $15 = 15$ $9 = 9$

2) Aplicar la ley de la monotonía de la resta:

a) $d > f$ $g = h$ b) $12 < 15$ $8 = 8$ c) $25 > 15$ $6 = 6$ d) $m < n$ $a = b$ e) $50 > 25$ $20 = 20$

f) $12 = 12$ $9 > 2$ g) $m = n$ $o < p$ h) $26 = 26$ $18 > 15$ i) $14 = 14$ $9 < 11$ j) $p = q$ $m > n$

k) $p > q$ $m < n$ l) $c > d$ $5 < 9$ m) $9 < 17$ $8 > 5$ n) $9 < 11$ $7 > 3$ o) $h > i$ $j < k$

Ejercicio 14

A) Halle el resultado:

1) $\begin{array}{r} 6727 \\ -\ 2325 \\ \hline \end{array}$ 2) $\begin{array}{r} 3099 \\ -\ 1075 \\ \hline \end{array}$ 3) $\begin{array}{r} 57634 \\ -\ 39456 \\ \hline \end{array}$ 4) $\begin{array}{r} 359767 \\ -\ 260000 \\ \hline \end{array}$ 5) $\begin{array}{r} 7567 \\ -\ 7567 \\ \hline \end{array}$

B) Determine el resultado y realice la comprobación:

1)	5432 − 2675	2)	9356 − 5427	3)	17567 − 7729	4)	20357 − 19538
5)	4382 − 3095	6)	6275 − 3847	7)	8760 − 5253	8)	9000 − 5349

C) Efectúe las siguientes restas y realice la comprobación:

1) $ 20 654 − $ 18 320 =
2) $ 5 183.45 − $ 3 892.40 =
3) $ 84 957.07 − $ 5 320.75 =
4) $ 4 000.36 − $ 2 567.36 =
5) $ 9 547.83 − $ 4 856.90 =

D) Resuelva los siguientes ejercicios combinados:

1) 425 646 − (1 182 + 12 175 + 75 276) =
2) $ 3 578.40 + $ 1 076.37 + $ 3 579.30 − $ 578.49 =
3) 435 − 128 + 18 320 =
4) $ 84 703.63 − $ 5 936.20 − $ 4 956.70 =
5) 4 559 − 1 538 − 673 − 432 − 95 =

Ejercicio 15

Determine el nuevo balance, sumando los depósitos al balance antiguo y restando el valor de los cheques emitidos.

Puede comprobar los resultados sumando los valores del balance antiguo y los depósitos, los cuales deben concordar con los del nuevo balance más los cheques emitidos.

Balance antiguo	*Depósito*	*Cheques*	*Nuevo balance*
5285.20	850.15	1010.75	
4250.15	525.10	435.00	
8320.00	1120.15	785.75	
15425.00	540.00	650.00	
9850.75	200.10	550.00	
6235.23	919.23	225.45	

Ejercicio 16

Determine el importe neto de cada factura, determine los totales y compruebe los resultados.

Factura número	*Importe de la factura*	*Descuento*	*Importe neto*
30253	525.12	18.05	
30115	250.15	4.85	
30285	65.22	1.25	
30423	950.75	20.10	
30425	98.40	1.70	
30427	750.18	22.15	
30715	852.15	15.10	
Totales			

2.12. Multiplicación

La **multiplicación** es la operación aritmética por la cual un número se añade a sí mismo tantas veces como lo indique otro número. Los términos de esta operación se denominan:

a) **Multiplicando:** el primero de los números de la multiplicación.
b) **Multiplicador:** el segundo de los números de la multiplicación. Al multiplicando y multiplicador se les llama **factores.**
c) **Producto:** es el resultado de la operación.

Ejemplo:

$$\begin{array}{rll} & 425 & \text{multiplicando} \\ \times & 8 & \text{multiplicador} \\ \hline & 3400 & \text{producto} \end{array} \quad \left.\begin{array}{l}\\ \\ \end{array}\right\} \text{Factores}$$

2.13. Leyes de la multiplicación

2.13.1. Ley de uniformidad

El producto de dos números tiene un valor único.

Ejemplo:

$3 \times 2 = 6$
$\$\,3 \times \$\,2 = \$\,6$
3 naranjas $\times$ 2 naranjas = 6 naranjas.

También se puede plantear que si multiplicamos miembro a miembro varias igualdades se obtiene otra igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a = b \\ \times\ c = d \\ \hline a \cdot c = b \cdot d \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 = 5 \\ \times\ 4 = 4 \\ \hline 5 \cdot 4 = 5 \cdot 4 \\ 20 = 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} m = n \\ \times\ o = p \\ 5 = 5 \\ \hline m \cdot o \cdot 5 = n \cdot p \cdot 5 \end{array}$$

2.13.2. Ley asociativa

En un producto de tres o más factores se pueden sustituir dos o más de ellos por su producto sin que se altere el valor del resultado; de igual forma, podemos descomponer un factor en otros varios sin que se altere el resultado.

Ejemplos:

$abc = (ab)c$

$abcde = (ab)(cde)$

$$\underbrace{6 \times 5}_{30} \times \underbrace{3 \times 4}_{12} = 360$$

2.13.3. Ley de monotonía

Multiplicando miembro a miembro desigualdades del mismo sentido o desigualdades del mismo sentido con igualdades, resulta una desigualdad del mismo sentido que la dada:

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} a > b \\ \times\ c > d \\ e > f \\ \hline ace > bdf \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 < 7 \\ \times\ 4 < 5 \\ 1 < 3 \\ \hline 5 \times 4 \times 1 < 7 \times 5 \times 3 \\ 20 < 105 \end{array} \qquad \begin{array}{r} a > b \\ \times\ c = d \\ \hline ac > bd \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 < 8 \\ \times\ 3 = 3 \\ \hline 5 \times 3 < 8 \times 3 \\ 15 < 24 \end{array}$$

NOTA: cuando se multiplican miembro a miembro desigualdades de distinto sentido, no se puede anticipar el resultado, ya que puede obtenerse una desigualdad de uno u otro sentido e incluso una igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 3 > 2 \\ \times\ 4 < 9 \\ \hline 3 \cdot 4 < 2 \cdot 9 \\ 12 < 18 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 < 15 \\ \times\ 3 > 1 \\ \hline 9 \cdot 3 > 15 \cdot 1 \\ 27 > 15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 > 2 \\ \times\ 4 < 6 \\ \hline 3 \cdot 4 = 2 \cdot 6 \\ 12 = 12 \end{array}$$

Si el multiplicando es un número decimal, se corre el punto a la derecha tantos lugares como ceros tenga el multiplicador.

Ejemplos:

$15.421 \times 10 = 154.21$
$827.434 \times 1\,000 = 827\,434$

d) Cuando uno de los factores sea un número entero seguido de ceros, sólo multiplicamos por la cifra entera y al final añadimos los ceros.

Ejemplo: 428×800

$$\begin{array}{r} 428 \\ \times \quad 8 \\ \hline 3424 \end{array}$$

Resultado final: 324 400

e) Cuando efectuamos un producto de números decimales, se procede como si fueran enteros y al final separamos tantas cifras decimales como tengan los factores juntos:

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 15.82 \\ \times \ 2.1 \\ \hline 1582 \\ 3164 \\ \hline 33.222 \end{array}$$ producto

f) Se puede realizar abreviadamente una operación cuyos sumandos sean todos iguales, multiplicando.

Ejemplo:

$325 + 325 + 325 = 325 \times 3$

g) Cuando se multiplica por un número una suma o diferencia, se puede proceder de dos formas:

Ejemplos:

1) $(542 + 345)\,4 = 887 \times 4$
$= 3\,548$
$(542 - 345)\,4 = 197 \times 4$
$= 788$

En estos casos se realiza primero la suma o diferencia y después se multiplica.

2) $(542 + 345)\,4 = 542 \times 4 + 345 \times 4$
$= 2\,168 + 1\,380$
$= 3\,548$
$(542 - 345)\,4 = 542 \times 4 - 345 \times 4$
$= 2\,168 - 1\,380$
$= 788$

Otra forma es multiplicar el número por cada uno de los términos de la suma o diferencia y después efectuar la operación.

Puede observarse que se obtiene el mismo resultado por cualquiera de los dos métodos.

2.15. Procedimientos para multiplicar

Veamos mediante varios ejemplos la técnica a seguir.

Ejemplo 1:

$$\begin{array}{r} 585 \\ \times \quad 3 \\ \hline 1755 \end{array}$$

Se comienza a multiplicar siempre de derecha a izquierda, es decir, comenzando por las unidades.

$3 \times 5 = 15$ Se escribe el 5 y se lleva 1.
$3 \times 8 = 24$ Se le suma 1, que se lleva, 25. Se escribe 5 y se lleva 2.
$3 \times 5 = 15$ Se le suma 2, que se lleva, 17 y como es el último número que se multiplica se escribe completo.

Ejemplo 2:

$$\begin{array}{rl} 634 & \\ \times \quad 42 & \\ \hline 1272 & \text{primer producto parcial} \\ 2544 & \text{segundo producto parcial} \\ \hline 26712 & \end{array}$$

Cuando se multiplica por un número de dos o más cifras se procede de la misma forma. Se obtienen varios productos parciales que se suman al final. Debe tenerse en cuenta que si se multiplica por el primer número de la derecha (unidad), se coloca el resultado a partir del lugar de las unidades, y si se multiplica el segundo número (decena) se coloca el resultado a partir del lugar de las decenas y así sucesivamente.

Ejemplo 3:

$$\begin{array}{r} 852 \\ \times\ 209 \\ \hline 7668 \\ 000 \\ 1704 \\ \hline 178068 \end{array}$$

En este caso se procede de igual forma, pero es necesario tener en cuenta que al existir un cero intermedio se le debe considerar como si fuese otro número.

2.16. Comprobación de la multiplicación

a) Método del intercambio del multiplicando por el multiplicador

Este método consiste en intercambiar el multiplicando por el multiplicador y efectuar de nuevo la operación.

Ejemplo:

Operación:

$$\begin{array}{r} 8225 \\ \times\ 471 \\ \hline 8225 \\ 57575 \\ 32900 \\ \hline 3873975 \end{array}$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r} 471 \\ \times\ 8255 \\ \hline 2355 \\ 2355 \\ 942 \\ 3768 \\ \hline 3888105 \end{array}$$

b) Método del producto por uno de los factores

Este método consiste en dividir el producto por uno cualquiera de los factores, y el resultado debe ser el otro factor:

Ejemplo:

Operación:

$$\begin{array}{r} \times\ 5 \\ 2 \\ \hline 10 \end{array}$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ \cline{2-2} & 2 \end{array}$$

Operación:

$$\begin{array}{r} \times\ 42 \\ 54 \\ \hline 168 \\ 210 \\ \hline 2268 \end{array}$$

Comprobación:

$$\begin{array}{r|l} 226'8 & 54 \\ \cline{2-2} 216 & 42 \\ \hline 0108 & \\ 108 & \\ \hline 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 226'8 & 42 \\ \cline{2-2} 210 & 54 \\ \hline 0168 & \\ 168 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

2.17. Ejercicios resueltos

A) Analice las siguientes operaciones y verifique mentalmente los resultados:

$$\begin{array}{r} \times\ 4638 \\ 345 \\ \hline 23190 \\ 18552 \\ 13914 \\ \hline 1600110 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 12364 \\ 204 \\ \hline 49456 \\ 24728 \\ \hline 2522256 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 30457 \\ 500 \\ \hline 15228500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times\ 3567456 \\ 14769 \\ \hline 32107104 \\ 21404736 \\ 24972192 \\ 14269824 \\ 3567456 \\ \hline 52687757664 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 18.346 \\ 593 \\ \hline 55038 \\ 165114 \\ 91730 \\ \hline 10879.178 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\ 23.754 \\ 9.36 \\ \hline 142524 \\ 71262 \\ 213786 \\ \hline 222.33744 \end{array}$$

B) Leyes de la multiplicación

1) Aplicar la ley de uniformidad de las multiplicación a las siguientes igualdades:

$$\begin{array}{rcl} 5 & = & 5 \\ \times\ c & = & d \\ a.b & = & m.n \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{rcl} 5 & = & 5 \\ \times\ c & = & d \\ a.b & = & m.n \\ \hline 5.c.a.b & = & 5.d.m.n \end{array}$$

Respuesta: 5 a b c = 5 d m n

2) Aplicar la ley asociativa de la multiplicación a la siguiente igualdad.

$$9 \times 3 \times 4 \times 6 \times 5 = 24 \times 15 \times 9$$

Solución: una posible forma de asociación sería:

$$\begin{array}{ccccccc} \underbrace{9 \times 3} & \times & \underbrace{4 \times 6 \times 5} & = & \underbrace{24 \times 15} & \times & 9 \\ 27 & \times & 120 & = & 360 & \times & 9 \\ & & 3240 & = & 3240 & & \end{array}$$

Respuesta: $27 \times 120 = 360 \times 9$

3) Aplicar la ley de monotonía de la multiplicación.

$$\begin{array}{rcl} 9 & > & 2 \\ 7 & = & 7 \\ 5 & > & 1 \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{rcl} 9 & > & 2 \\ \times\ 7 & = & 7 \\ 5 & > & 1 \\ \hline 9 \times 7 \times 5 & > & 2 \times 7 \times 1 \\ 315 & > & 14 \end{array}$$

Respuesta: 315 > 14

4) Aplicar la ley conmutativa de la multiplicación.

$$8 \times 9 \times 4 \times 5 \times 3 \times 6 = 25\,920$$

Solución: una posible solución seria:

$$4 \times 9 \times 8 \times 3 \times 5 \times 6 = 25\,920$$

Respuesta: $4 \times 9 \times 8 \times 3 \times 5 \times 6 = 25\,920$

5) Aplicar la ley distributiva de la multiplicación

$$(4 + 9 + 12 - 15 + 6 - 7 - 3)4$$

Solución:

$$\begin{aligned}(4 + 9 + 12 - 15 + 6 - 7 - 3)4 &= 4 \times 4 + 9 \times 4 + 12 \times 4 - \\ &\quad - 15 \times 4 + 6 \times 4 - 7 \times 4 - 3 \times 4 \\ &= 16 + 36 + 48 - 60 + 24 - 28 - 12 \\ &= 24\end{aligned}$$

Respuesta: 24

Ejercicio 17

Prueba de rapidez. Halle los siguientes productos, trate de realizar el ejercicio en un tiempo menor de 5 minutos:

6	7	5	8	9	9	7	6
5	4	3	0	4	6	5	7
7	8	9	8	2	3	5	4
7	7	5	8	8	2	0	6
6	8	9	8	6	7	6	8
6	4	1	5	8	1	0	1
550	725	70	65	75	54	82	90
40	600	700	90	82	45	25	15
855	347	805	406	555	842	987	510
972	999	714	60	304	647	654	478

Ejercicio 18

Leyes de la multiplicación.

A) Aplicar la ley de uniformidad a las siguientes igualdades:

1)	2)	3)	4)	5)
$c = d$	$9 = 9$	$m = n$	$3 = 3$	$a = b$
$e = f$	$7 = 7$	$x = y$	$6 = 6$	$4 = 4$
	$6 = 6$	$5 = 5$	$p = q$	$2 = 2$

B) Aplicar la ley asociativa:

1) $9 \times 12 \times 5 \times 6 = 10 \times 3 \times 4 \times 3 \times 9$

2) $mnop = abcde$

3) $25 \times 4 \times 6 \times 7 = 5 \times 5 \times 24 \times 7$

C) Aplicar la ley de monotonía:

1) $5 > 3$, $2 = 2$ 2) $4 > 1$, $12 > 10$, $15 > 9$ 3) $8 < 12$, $6 = 6$, $7 < 9$ 4) $a = b$, $5 = 5$, $c < d$ 5) $b = b$, $7 = 7$, $m > n$

D) Aplicar la ley conmutativa:

1) $mnop = xyz$
2) $5 \times 6 \times 7 \times 4 = 30 \times 28$
3) $12 \times 15 \times 20 \times 85 \times 50 = 300 \times 51\,000$

E) Aplicar la ley distributiva:

1) $(12 + 7 - 8 - 15 + 16)\,6$
2) $(3 + 7 + 8 - 5)\,4$
3) $(a + b + c - d)\,m$
4) $(9 + 7 + 4 - a - b)\,5$
5) $(6 + 7 - 3 + 9 - 12)\,a$

Ejercicio 19

A) Multiplique:

1)	5.895 × 794	2)	53.498 × 3.578	3)	39.843 × 5.387	4)	58.937 × 23.836
5)	3.279 × 77	6)	393.587 × 42.43	7)	835 × 33	8)	23.795 × 45.387

B) Halle el producto y realice la prueba;

1) \$ 7 324.78 × 36
2) \$ 8 595.97 × 500
3) \$ 958.64 × 750
4) 8 795.36 × 397
5) \$ 345.78 × 125
6) \$ 385.67 × 98
7) 97 675 × 1 567
8) 9 758 × 798
9) \$76 795.67 × 98 765
10) 13 678 × 6 482

Ejercicio 20

Determine el precio total de los siguientes rollos de alambre. Efectúe la comprobación de los resultados.

Rollo número	*Cantidad de metros*	*Precio de un metro (US $)*	*Total*
15809	55	0.45	
16405	90	1.08	
17432	108	0.57	
16405	82	0.82	
15425	95	0.99	
16405	104	1.02	
15432	91	1.05	
16525	88	1.12	
16526	43	0.98	
17432	25	0.88	
18015	125	0.74	

Ejercicio 21

Determine el salario total pagado a cada empleado:

empleado	*horas trabajadas*	*salario por hora (US $)*	*salario*
1	40	3.10	
2	38	3.50	
3	39	4.25	
4	38	5.75	
5	36	3.25	
6	35	6.50	
7	40	5.45	
8	22	4.92	
9	28	4.85	
10	35	3.97	

2.18. División

La **división** es la operación opuesta a la multiplicación y consiste en sustraer un número de otro tantas veces como aquél ésté contenido en éste.

El producto conocido recibe el nombre de **dividendo** y el factor conocido **divisor.** Al resultado de la operación se le llama **cociente.**

El dividendo y el divisor reciben la denominación común de términos de la división o del cociente.

Cuando la división no es exacta se obtiene también un resto o residuo.

Ejemplo:

dividendo	5'40	5 divisor		dividendo	54'0	7 divisor	
	5	108 cociente			49	77 cociente	
	040				050		
	40				49		
	0				01	resto o residuo	

2.19 Leyes de la división

2.19.1. Ley de uniformidad

El cociente de dos números tiene un valor único.

Ejemplos:

$$15 \div 3 = 5$$
$$\$\ 15 \div \$\ 3 = \$\ 5$$

También se puede plantear que dividiendo miembro a miembro dos igualdades se obtiene otra igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \div\ a = b \\ c = d \\ \hline a \div c = b \div d \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 30 = 30 \\ 10 = 10 \\ \hline 30 \div 10 = 30 \div 10 \\ 3 = 3 \end{array}$$

2.19.2. Ley de monotonía

En el caso de la división la ley de monotonía se plantea en tres partes.

1) Siempre que sea posible dividir una desigualdad (dividendo) entre una igualdad (divisor) se obtiene una desigualdad del mismo sentido que la del dividendo.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \div\ a < b \\ \quad c = d \\ \hline a \div c < b \div d \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 10 < 15 \\ \quad 5 = 5 \\ \hline 10 \div 5 < 15 \div 5 \\ 2 < 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 20 > 10 \\ \quad 5 = 5 \\ \hline 20 \div 5 > 10 \div 5 \\ 4 > 2 \end{array}$$

2) Siempre que sea posible dividir una igualdad (dividendo) entre una desigualdad (divisor), se obtiene una desigualdad de sentido contrario a la del divisor.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \div\ a = b \\ \quad c > d \\ \hline a \div c < b \div d \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 15 = 15 \\ \quad 5 > 3 \\ \hline 15 \div 5 < 15 \div 3 \\ 3 < 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 12 = 12 \\ \quad 2 < 3 \\ \hline 12 \div 2 > 12 \div 3 \\ 6 > 4 \end{array}$$

3) Siempre que sea posible dividir una desigualdad (dividendo) entre otra desigualdad (divisor), se obtiene una desigualdad del mismo sentido que la del dividendo.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \div\ a < b \\ \quad c > d \\ \hline a \div c < b \div d \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 15 < 20 \\ \quad 5 > 2 \\ \hline 15 \div 5 < 20 \div 2 \\ 3 < 10 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 12 > 8 \\ \quad 2 < 4 \\ \hline 12 \div 2 > 8 \div 4 \\ 6 > 2 \end{array}$$

NOTA: cuando se dividen miembro a miembro dos desigualdades del mismo sentido no se puede anticipar el resultado, ya que puede obtenerse una desigualdad de uno u otro sentido e incluso una igualdad.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} \div\ 15 < 30 \\ \quad 3 < 10 \\ \hline 15 \div 3 > 30 \div 10 \\ 5 > 3 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 18 > 12 \\ \quad 9 > 3 \\ \hline 18 \div 9 < 12 \div 3 \\ 2 < 4 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \div\ 6 < 8 \\ \quad 3 < 4 \\ \hline 6 \div 3 = 8 \div 4 \\ 2 = 2 \end{array}$$

2.19.3. Ley distributiva

El cociente de una suma y resta combinada (suma algebraica) por un número se obtiene dividiendo cada uno de los términos por el divisor, poniendo delante

de cada cociente parcial el signo más (+) si el término del dividendo es positivo y el signo menos (−) si es negativo.

Ejemplos:

$$(an + bn - cn) \div n = \frac{a\not{n}}{\not{n}} + \frac{b\not{n}}{\not{n}} - \frac{c\not{n}}{\not{n}} = a + b - c$$

$$(21 + 12 - 15 - 3 + 30) \div 3 = \frac{21}{3} + \frac{12}{3} - \frac{15}{3} - \frac{3}{3} + \frac{30}{3} =$$

$$= 7 + 4 - 5 - 1 + 10 = 15$$

2.20. Reglas prácticas para la división

a) Si el divisor es igual a uno, el cociente será igual al dividendo.

Ejemplos:

$$825 : 1 = 825$$
$$0.25 : 1 = 0.25$$

b) Cuando se divide entre 10, 100, 1 000, etc., se corre el punto decimal del dividendo tantos lugares como ceros tenga el divisor.

Ejemplos:

$$4\,315 : 10 = 431.5$$
$$355 : 1\,000 = 0.355$$
$$42 : 10\,000 = 0.0042$$

c) Si el divisor es igual al dividendo, el cociente será igual a la unidad.

Ejemplos:

$$225 \div 225 = 1$$
$$0.17 \div 0.17 = 1$$

d) Cuando el dividendo o el divisor sean decimales, lo más cómodo y práctico es suprimir los puntos decimales, multiplicando ambos (dividendo y divisor) por 10, 100, 1 000, etc., hasta que ambos sean enteros.

Ejemplos:

1) 1.5 : 40

multiplicamos ambos términos por 10:

15 : 400

efectuamos la operación:

1500	400
1200	0.0375
3000	
2800	
02000	
2000	
0	

2) 17.40 : 0.725

multiplicamos ambos términos por 1 000

17 400 : 725

efectuamos la operación:

17400	725
1450	24 cociente
02900	
2900	
0	

e) Para dividir por un número una suma, resta o multiplicación indicada, se puede proceder resolviendo primero la operación indicada y después dividiendo.

Ejemplos:

1) $(560 + 618 + 12) \div 5 = 1\,190 \div 5$
$= 238$

2) $(666 - 45) \div 3 = 621 \div 3$
$= 207$

3) $(364 \times 95) \div 5 = 34\,580 \div 5$
$= 6\,916$

2.21. Procedimiento para dividir

3 8' 7' 5	4	Tomamos los números del dividendo para dividirlos por el divisor y como 3 no puede dividirse por 4, tomamos 38, que dividido por 4 son 9 (4 × 9 = 36) y 2 de resto. Escribimos el 9 en el cociente y el resto debajo de 38. Bajamos el 7 y decimos 27 dividido por 4 son 6 y resto 3. Bajamos el 5 y 35 dividido por 4 son 8 y resto 3.
2 7	9 6 8	
3 5		
3		

Procedemos de igual forma cuando el divisor sea de dos o más cifras. Buscando el número de dividendo divisible por el divisor, colocándolo en el cociente y escribiendo el resto en caso de que lo haya.

2.22. Comprobación de la división

Para comprobar una división se multiplica el cociente por el divisor y se le añade el resto si éste existiera.

Ejemplos:

1) *Operación:*

21	4
20	5
1	

Comprobación:

× 4	divisor
5	cociente
+ 20	
1	resto
21	

2) 42.85 ÷ 25.1
4 285 ÷ 2 510 Multiplicando ambos términos por 100 para eliminar los decimales.

Operación:

4285	2510
2510	1.7
17750	
17570	
00180	

Comprobación:

× 2510	divisor
1.7	cociente
17570	
2510	
+ 42670	
180	resto
4285.0	

2.23. Ejercicios resueltos

A) Observe las siguientes divisiones, analice y verifique:

1)

41628	46
0228	904.9
440	
26	

2)

19.835	29
2 43	0.683
115	
28	

3)

8300	4000
030000	2.075
20000	
0	

4) $27.250 \div 0.125$

$$\begin{array}{r|l} 27250 & 125 \\ 225 & 218 \\ 1000 & \\ 0 & \end{array}$$

5) $41.3216 \div 10.7043$

$$\begin{array}{r|l} 4132\,16 & 107\,043 \\ 920\,870 & 3.86 \\ 645\,260 & \\ 3\,002 & \end{array}$$

B) Recuerde que los siguientes tipos de ejercicios debe resolverlos siempre en forma de igualdad:

1) $39.36 \div 100 = 0.3936$
2) $974.32 \div 100 = 9.7432$
3) $9.835 \div 0.001 = 9\,835$
4) $800 \div 200 = 4$

C) Observe cuidadosamente las siguientes operaciones:

1) $(536 \times 854 - 392) \div 432 = 1\,058.685$

a)
$$\begin{array}{r} 536 \\ \times\ 854 \\ \hline 2144 \\ 2680 \\ 4288 \\ \hline 457744 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r} 457744 \\ -\ 392 \\ \hline 457352 \end{array}$$

c)
$$\begin{array}{r|l} 457352 & 432 \\ 2535 & 1058.685 \\ 3752 & \\ 2960 & \\ 3680 & \\ 2240 & \\ 080 & \end{array}$$

2) $(346 + 285 + 3\,482 + 3\,457) \div 983 = 7.7$

a)
$$\begin{array}{r} 346 \\ +\ 285 \\ 3482 \\ 3457 \\ \hline 7570 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{r|l} 7570 & 983 \\ 6890 & 7.7 \\ 9 & \end{array}$$

D) Leyes de la división.

1) Aplicar la ley de uniformidad a las siguientes igualdades:

$$\begin{array}{r} e = f \\ g = h \\ \hline \div\ e = f \\ \quad g = h \\ \hline e \div g = f \div h \end{array}$$

Solución:

Respuesta: $e \div g = f \div h$

2) Aplicar la ley de monotonía:

$$\begin{array}{r} m > n \\ 4 = 4 \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{rl} & m > n \\ \div & 4 = 4 \\ \hline m \div 4 & > n \div 4 \end{array}$$

Respuesta: $m \div 4 > n \div 4$

3) Aplicar la ley de monotonía:

$$\begin{array}{l} m = n \\ o > p \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{rl} & m = n \\ \div & o > p \\ \hline m \div o & < n \div p \end{array}$$

Respuesta: $m \div o < n \div p$

4) Aplicar la ley de monotonía:

$$\begin{array}{l} p > q \\ r < s \end{array}$$

Solución:

$$\begin{array}{rl} & p > q \\ \div & r < s \\ \hline p \div r & > q \div s \end{array}$$

Respuesta: $p \div r > q \div s$

5) Aplicar la ley de monotonía:

$$\begin{array}{l} a > b \\ c > d \end{array}$$

Respuesta: no se puede anticipar el resultado.

6) Aplicar la ley distributiva:

$$(24 + 14 + 8 + 6 + 4) \div 2$$

Solución:

$$\begin{aligned} (24 + 14 + 8 + 6 + 4) \div 2 &= \frac{24}{2} + \frac{14}{2} + \frac{8}{2} + \frac{6}{2} + \frac{4}{2} \\ &= 12 + 7 + 4 + 3 + 2 \\ &= 28 \end{aligned}$$

Respuesta: 28.

Ejercicio 22

Prueba de rapidez. Trate de hallar los cocientes en cada caso en un tiempo total menor de 5 minutos:

49 : 7	64 : 8	27 : 3	15 : 5	18 : 3
36 : 6	42 : 7	56 : 7	81 : 9	21 : 3
45 : 9	40 : 5	48 : 6	32 : 4	28 : 7
0 : 6	62 : 9	72 : 8	0 : 9	36 : 4
125 : 5	257 : 7	840 : 8	585 : 9	720 : 6
1 300 : 25	2 520 : 18	4 440 : 24	3 225 : 15	5 950 : 14

Ejercicio 23

Leyes de la división.

A) Aplicar la ley de uniformidad a las siguientes igualdades:

1) $p = q$ $r = s$	2) $m = n$ $5 = 5$	3) $8 = 8$ $a = b$	4) $k = l$ $6 = 6$	5) $9 = 9$ $p = q$

B) Aplicar la ley de monotonía:

1) $a > b$ $5 = 5$	2) $c < d$ $7 = 7$	3) $12 < 20$ $4 = 4$	4) $m > n$ $p = q$
5) $m = n$ $12 > 8$	6) $20 = 20$ $c > d$	7) $250 = 250$ $5 < 10$	8) $15 < 20$ $c > d$
9) $20 > 14$ $5 < 7$	10) $m < n$ $p > q$	11) $m > n$ $p > q$	12) $4 < p$ $s < t$

C) Aplicar la ley distributiva:

1) $(bm + bn + bo - bp) \div b$
2) $(36 + 8 + 52 - 4) \div 4$
3) $(27 - 15 + 9 - 18) \div 3$
4) $(75 + 45 - 80 + 10) \div 5$
5) $(49 + 56 - 21 + 77) \div 7$

Ejercicio 24

Efectúe las siguientes divisiones realizando la comprobación en cada caso:

1) 40 215 : 18.5	6) 45.04 : 18
2) 3 425 : 66.02	7) 16.007 : 42.5
3) 1 825 : 7	8) 52 285 : 22.1
4) 44.5 : 27.82	9) 40 318.2 : 0.01
5) 40 319.77 : 5.01	10) 14 318 : 925

Ejercicio 25

A) Calcule hasta la milésima los cocientes que no sean exactos:

1) 2 025 807 ÷ 343
2) 54 896 ÷ 817
3) 56 700 ÷ 3 000
4) 75 450 ÷ 75
5) 1 620 ÷ 750
6) 9 200 ÷ 25
7) $ 362.24 ÷ 50
8) 396 875 ÷ 208
9) 82 500 ÷ 750
10) 8 615 ÷ 370
11) 2 513.643 ÷ 0.627
12) 22 971 456 ÷ 57
13) 14.3 ÷ 0.01
14) 475 077.55 ÷ 78.26
15) 340 625 ÷ 4 877

B) Divida y realice la prueba:

1) 9 458 ÷ 87
2) 27 675 ÷ 542
3) $ 936.40 ÷ 25
4) 896 430 ÷ 579
5) 2.494 ÷ 58
6) 60 142 ÷ 387
7) 45 372 ÷ 88
8) 45.025 ÷ 524
9) 83.712 ÷ 18
10) 42 372 ÷ 88

C) Divida mentalmente:

1) 26 000 ÷ 1 000
2) 89 523 ÷ 100
3) 3 157 ÷ 10
4) 45 ÷ 1 000
5) 0.42 ÷ 0.001
6) 93 ÷ 0.01
7) 264 ÷ 2
8) 455 ÷ 5

AUTOEXAMEN 2

Seleccione la respuesta correcta.

1. Cuando efectuamos la operación:

$$\begin{array}{r} m = n \\ + \quad o > p \\ \hline m + o > n + p \end{array}$$

la ley de la adición que aplicamos es:

a) uniformidad.
b) asociativa.
c) conmutativa.
d) monotonía.

1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

2. La operación: 0.001 + 0.25 + 15.82 + 19 + 0.5 da como resultado:

a) 35.471
b) 35.481
c) 35.671
d) 35.071
e) 35.571

2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. Al resultado de la sustracción se le llama:

a) minuendo.
b) sustraendo.
c) resto.
d) factor.
e) cociente.

3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. El resultado de la operación $ 857.32 − $ 75.99 es:

a) $ 881.33
b) $ 771.63
c) $ 781.33
d) $ 781.66
e) $ 771.75

4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. En la multiplicación al decir que «el orden de los factores no altera el producto» estamos aplicando la ley:

a) conmutativa.
b) distributiva.
c) asociativa.
d) monotonía.

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

6. La operación 551 × 0.001 da como resultado:

a) 551 000
b) 5.51
c) 55.1
d) 0.551
e) 551

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. En una división al número por el cual se divide se le llama:

a) dividendo
b) divisor
c) resto
d) cociente
e) respuesta

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. El resultado de la operación 0.45 ÷ 1.5 es:

a) 0.3
b) 0.25
c) 1.3
d) 0.03
e) 0.4

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. El resultado de la operación (0.35 + 2.01) 4.2 es:

a) 8.91
b) 9.912
c) 10.9
d) 8.915
e) 7.912

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. La operación (1.5 + 8.9 − 7.4) ÷ 1.2 da como resultado:

a) 3.2
b) 3.5
c) 3
d) 2.5
e) 1.5

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. Problemas con las operaciones fundamentales

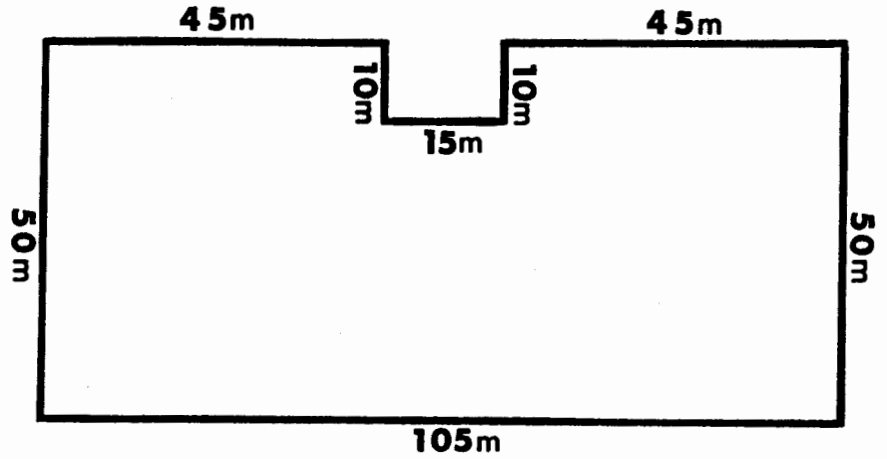
3.1. Solución de un problema

En la vida diaria se presentan un sinnúmero de situaciones prácticas en las que hay que determinar ciertas cantidades desconocidas (incógnitas) partiendo de otras conocidas (datos); por otra parte, el uso cada vez más frecuente de las máquinas calculadoras ha simplificado y hecho más rápida la tediosa tarea de realizar las operaciones aritméticas manualmente, por lo que basta con saber plantear el problema para que éste quede resuelto en pocos minutos.

A la hora de resolver un problema hay que diferenciar las cantidades conocidas —los datos—, las operaciones necesarias que constituyen la solución y destacar la respuesta. En muchas ocasiones se comprueba si los valores obtenidos para las incógnitas satisfacen las condiciones del problema.

3.2. Problemas resueltos

1) Determine el perímetro de la figura:



Solución: el perímetro de una figura es la longitud de su contorno, por lo tanto en este caso será igual a:

$$\begin{array}{rr} & 45 \\ & 10 \\ & 15 \\ & 10 \\ + & 45 \\ & 50 \\ & 105 \\ & 50 \\ \hline & 330 \text{ m} \end{array}$$

Respuesta: el perímetro será de 330 m.

2) Cinco bultos cuyos pesos son: 42.5, 15.6, 18.9, 4.25 y 50.5 Kg van a ser embarcados. Si el precio de embarque de cada Kg es de 1.05 (US $), calcule el costo total del embarque.

Datos:

pesos de los bultos: $P_1 = 42.5$ kg
$P_2 = 15.6$ kg
$P_3 = 18.9$ kg
$P_4 = 4.25$ kg
$P_5 = 50.5$ kg

costo de 1 kg = $ 1.05

Solución:

a) Peso total:

$$\begin{array}{r} 42.5 \\ 15.6 \\ 18.9 \\ 4.25 \\ 50.5 \\ \hline 131.75 \end{array}$$

b) Costo:

$$\begin{array}{r} \times \quad 131.75 \\ \quad\quad 1.05 \\ \hline 65875 \\ 13175 \\ \hline 138.3375 \end{array}$$

Respuesta: el costo total del embarque será de: $ 138.34.

3) Un vendedor de carne de cerdo hizo las siguientes ventas durante una semana: lunes $ 22.31; martes $ 16.15; miércoles $ 24.14, jueves $ 19.50; viernes $ 22.40; sábado $ 18.45 y domingo $ 25.23. Halle el total de venta de carne de cerdo.

Datos:

lunes = $ 22.31
martes = $ 16.15
miércoles = $ 24.14
jueves = $ 19.50
viernes = $ 22.40
sábado = $ 18.45
domingo = $ 25.23

Solución:

$$\begin{array}{rr} & \$\ 22.31 \\ & \$\ 16.15 \\ & \$\ 24.14 \\ + & \$\ 19.50 \\ & \$\ 22.40 \\ & \$\ 18.45 \\ & \$\ 25.23 \\ \hline & \$\ 148.18 \end{array}$$

Respuesta: el total de venta de carne de cerdo fue de $ 148.18.

4) Un ama de casa realiza una compra por valor de $ 12.45. Si paga con un billete de $ 20, ¿cuánto le devolverán?

Datos: compra $ 12.15
paga $ 20

Solución:

$$\begin{array}{r} \$\ 20.00 \\ -\ \$\ 12.45 \\ \hline \$\ 7.55 \end{array}$$

Respuesta: le devolverán $ 7.55.

5) El Sr. Carlos Argudín posee $ 300 000; con ese dinero compra una casa por $ 19 640, paga $ 560 por realizar reparaciones, $ 256 por impuestos y $ 193 en seguros. Halle cuánto posee después de realizada esta inversión.

Datos:
capital: $ 300 000
casa: $ 19 640
reparaciones: $ 560
impuestos: $ 256
seguros: $ 193

Solución:

$$\begin{array}{r} \$\ 19640 \\ +\ 560 \\ \quad 256 \\ \quad 193 \\ \hline \$\ 20649 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$\ 300000 \\ -\ \$\ 20649 \\ \hline \$\ 279351 \end{array}$$

Respuesta: al Sr. Carlos Argudín le quedan todavía $ 279 351.

6) A continuación se presentan las ventas diarias por departamentos de una tienda. Halle la venta diaria del establecimiento.

vestidos: $ 897
perfumería $ 217.05
zapatería $ 634
joyería $ 890.26
ferretería $ 225.61
cosméticos $ 214

Solución:

$$\begin{array}{r} \$\ 897 \\ +\ \$\ 634 \\ \$\ 214 \\ \hline \$\ 1745 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \$\ 217.05 \\ \$\ 890.26 \\ \$\ 225.61 \\ \hline \$\ 1332.92 \end{array} \qquad \begin{array}{r} +\ \$\ 1332.92 \\ \$\ 1745 \\ \hline \$\ 3077.92 \end{array}$$

NOTA: observe que hemos aplicado otra forma de suma, efectuando sumas parciales.

Respuesta: la venta diaria del establecimiento es de $ 3 077.92.

7) La población de una ciudad es aproximadamente de 998 700 personas; de ellas 185 958 son de origen extranjero. Halle cuántas personas nativas de esa ciudad viven en ella.

Datos: total: 998 700
extranjeros: 185 958

Solución:

$$\begin{array}{r} 998700 \\ -\ 185958 \\ \hline 812742 \end{array}$$

Respuesta: viven en la ciudad 812 742 personas nativas de ella.

8) ¿Qué pagarás por 36 toneles de vino que valen a 52 centavos cada uno?

Datos: vino = 36 toneles
precio = 52 centavos

Solución:

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times\ 0.52 \\ \hline 72 \\ 180 \\ \hline \$\ 18.72 \end{array}$$

Respuesta: pagaré $ 18.72 por los 36 toneles.

9) Un ciclista recorre 945 Km en 15 días. ¿Cuántos kilómetros ha recorrido diariamente?

Datos: recorrido: 945 Km
tiempo: 15 días

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 945 & 15 \\ 45 & 63 \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: diariamente ha recorrido 63 Km.

10) Una fábrica ha pagado a cada uno de sus 1 426 trabajadores un sueldo de $ 3 285. ¿Qué cantidad de dinero pagó la fábrica?

Datos: trabajadores: 1 426
sueldo: $ 3 285

Solución:

$$\begin{array}{r} \$\ 3285 \\ \times\ 1426 \\ \hline 19710 \\ 6570 \\ 13140 \\ 3285 \\ \hline 4684410 \end{array}$$

Respuesta: la fábrica pagó $ 4 684 410.

11) Cada uno de los componentes de una familia de 15 personas gasta $ 1.50 diariamente. ¿Cuál es en un mes de 30 días el gasto de la familia? ¿Cuál será al cabo de un año?

Datos: componentes: 15 personas
gastos: 1.50 diario

Solución:

$$\begin{array}{r} 1.50 \\ \times\ 15 \\ \hline 750 \\ 150 \\ \hline \$\ 22.50 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 22.50 \\ \times\ 30 \\ \hline \$\ 675.00 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 675 \\ \times\ 12 \\ \hline 1350 \\ 675 \\ \hline \$\ 8100 \end{array}$$

Respuesta: el gasto de la familia en un mes de 30 días es de $ 675.00. Al cabo de un año el gasto será de $ 8 100.00.

12) De un aeropuerto salieron en una semana 524 aviones y en cada avión viajan aproximadamente 495 pasajeros. ¿Cuántos viajeros han salido de ese aeropuerto en esa semana?

Datos: aviones: 524
pasajeros: 495

Solución:

$$\begin{array}{r} 524 \\ \times\ 495 \\ \hline 2620 \\ 4716 \\ 2096 \\ \hline 259380 \end{array}$$

Respuesta: salieron del aeropuerto 259 380 viajeros.

13) Un hombre dispone de 3 tinajas de vino que contienen cada una 2 125 litros. ¿Cuántos toneles de 125 litros podrá llenar?

Datos: vino: 3 tinajas.
1 tinaja: 2125 litros

Solución:

$$\begin{array}{r} 2125 \\ \times\ 3 \\ \hline 6375 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 6375 & 125 \\ 125 & 51 \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: podrá llenar 51 toneles.

14) Un kilogramo de jamón cuesta $ 3.20. ¿Cuántos kilogramos se comprarán con $ 80.00?

Datos: precio: 1 Kg: $ 3.20
dinero total: $ 80.00

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 8000 & 320 \\ 1600 & 25 \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: se comprarán 25 kilogramos.

15) El producto de dos números es 30 705. Si un factor es 89, ¿cuál es el otro?

Datos: producto: 30 705
factor: 89

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 30705 & 89 \\ 400 & 345 \\ 445 & \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: el otro factor es 345.

16) Una institución católica reparte $ 50 000 entre 125 familias pobres. ¿Cuánto corresponderá a cada familia?

Datos: dinero total: $ 50 000
familias: 125

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 50000 & 125 \\ 000 & 400 \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: a cada familia corresponderán $ 400.

17) Un empleado gana anualmente $ 36 000. ¿Cuánto gana en un mes? Si ahorra mensualmente $ 500, ¿cuánto tendrá al cabo de 15 años?

Datos: sueldo anual: 36 000
ahorro mensual: $ 500
tiempo: 15 años.

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 36000 & 12 \\ 000 & 3000 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 15 \\ \times\ 12 \\ \hline 30 \\ 15 \\ \hline 180 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 180 \\ \times\ 500 \\ \hline 90000 \end{array}$$

Respuesta: gana en un mes $ 3 000. Al cabo de 15 años tendrá ahorrado $ 90 000.

18) En una envasadora de cerveza existen 3 tanques cuyas capacidades son 1 250 litros, 1 500 litros y 2 800 litros respectivamente. ¿Cuántas botellas de 0.25 litros se podrán llenar con la cerveza contenida en estos tanques?

Datos: volumen de los tanques: $V_1 = 1\,250$ litros
$V_2 = 1\,500$ litros
$V_3 = 2\,800$ litros
volumen de cada botella = 0.25 l

Solución: volumen total:

$$\begin{array}{r} 1250 \\ 1500 \\ 2800 \\ \hline 5550 \text{ litros} \end{array}$$

Número de botellas llenas:

$$\begin{array}{r|l} 555000 & 25 \\ 50 & 22200 \\ \hline 055 & \\ 050 & \\ \hline 50 & \\ 0 & \end{array}$$

Respuesta: se podrán llenar 22 200 botellas.

Olga de Gellibert

19) Un lechero obtuvo las siguientes cantidades de litros de leche en una semana: 315, 290, 325, 310, 305, 314 y 302. De esta cantidad de leche producida dejó para su consumo 7 litros cada día y el resto la vendió. ¿Qué cantidad de leche vendió?

Datos:
leche producida: lunes 315
martes 290
miércoles 325
jueves 310
viernes 305
sábado 314
domingo 302

Solución:
producción total:

```
  315
  290
  325
+ 310
  305
  314
  302
 2161 litros
```

Consumo: 7 litros por día.

consumo: $7 \times 7 = 49$

```
leche vendida:  2161
              -   49
              ------
              2112
```

Respuesta: el lechero vendió 2 112 litros.

20) Se vendió una finca en $ 25 000, animales por valor de $ 3 500 y un tractor en $ 4 500. Este dinero, después de pagar una deuda de $ 5 000, fue repartido entre 4 personas a partes iguales. ¿Cuánto le tocó a cada una?

Datos:
finca: $ 25 000
animales: $ 3 500
tractor: $ 4 500
deuda: $ 5 000

personas 4

Solución:
Producto de la venta:

```
  25000
+  3500
   4500
 $ 33000
-  5000
 $ 28000
```

deducción por la deuda

Le tocará a cada una:

```
28'000 | 4
  28     $ 7 000
   0
```

Respuesta: a cada persona le tocan $ 7 000.

Ejercicio 26

Problemas propuestos.

1) Resuelva mentalmente:
   a) Juan tiene $ 50 y Alberto $ 76. ¿Cuántos dólares tiene el último más que el primero?

b) Tengo $ 185. ¿Cuánto me quedará al pagar $ 93?
c) En una frutería había 585 naranjas. ¿Cuántas quedarán al vender 500?
d) Una persona posee una cuenta bancaria de $ 4 500. ¿Cuánto le quedará si extrae $ 432?
e) Un niño saca de su alcancía 96 centavos. Si tenía en ella $ 2.00, ¿cuánto le queda?
f) Si tengo un sueldo semanal de $ 130 y pago semanalmente $ 85 de deuda, ¿cuánto me queda semanalmente para gastar?

2) La suma de dos cantidades es $ 425 728.42. Una cantidad es $ 326 401.08. ¿Cuál es la otra?
3) Una compañía constructora invierte $ 8 426 750.25 en realizar la construcción de varias viviendas. Si el inversionista de la obra le pagó a la compañía $ 20 890 450, ¿qué ganancia obtuvo la compañía?
4) Un padre deja a cada uno de sus hijos las siguientes cantidades: al primero $ 25 224, al segundo $ 23 475, al tercero $ 21 132 y al cuarto $ 22 975. ¿A cuánto ascendía la herencia del padre?
5) Un carnicero va a una feria y compra terneros en $ 9 100, ovejas en $ 5 000, vacas en $ 17 763 y además gastó en viaje y comida $ 320. ¿A cuánto ascendió el gasto del carnicero ese día?
6) Un campesino vendió 140 plantones de lechuga en $ 1.19; espárragos en $ 4.50; 60 manojos de berros en $ 1.90; coles en $ 1.15. ¿Cuál fue el total de la venta?
7) Para pagar una deuda un comerciante da tela por $ 500, paño por $ 13 600 y satén por $ 5 120. ¿A cuánto ascendía la deuda del comerciante?
8) Un trabajador gasta de merienda el primer día $ 1.40; el segundo $ 2.10; el tercero $ 0.45; el cuarto $ 1.45; el quinto $ 3.47. ¿Cuánto gastará en una semana? ¿Le alcanzará si dispone semanalmente de $ 15?
9) ¿A cuánto se eleva el gasto de una costurera que emplea $ 8.45 en percalina, $ 0.70 en agujas, $ 13.32 en lana, $ 0.07 en seda y $ 0.40 en hilo?
10) En un mercado compré 1 Kg de jamón por $ 3.27, una lata de salchichas por $ 0.60, tres cajas de arroz en $ 1.56, 1 Kg de carne de cerdo en $ 3.00. ¿Cuánto gasté?
11) Al comprar en una librería gasté $ 0.60 en lápices, $ 0.85 en bolígrafos, $ 11.50 en papel y $ 37.30 en libros. ¿Cuánto gasté?
12) Un establecimiento ha vendido 7 litros de leche por $ 5.70, 25 litros por $ 15.25 y 15 litros por $ 930. ¿Cuánto le ha producido la venta de la leche?
13) El Sr. Pedro Hurtado ha realizado las siguientes compras: 200 hl de aguardiente en $ 6 000, 180 hl de aguardiente en $ 5 760, 290 hl de aguardiente en $ 10 150. ¿Cuánto ha gastado en las compras de aguardiente?
14) ¿A cuánto asciende el capital asegurado de 6 personas que entre sí forman una compañía de seguro mutuo, siendo éstos de $ 74 000, $ 132 800, $ 25 000, $ 86 893, $ 41 745 y $ 100 750?

15) Un hombre quiere construir una residencia y para ello gasta $ 35 720.85 en materiales y $ 20 820.25 en jornales. Si disponía de $ 77 326.00 para su residencia, ¿dispone todavía de algún dinero? En caso afirmativo diga cuánto.
16) El nieto del Sr. García recibió una herencia de su abuelo de $ 10 000. Gastó $ 3 575 en un automóvil; $ 2 726.42 en un viaje y $ 2 420.75 en reparar su casa. ¿Le quedó algo de la herencia? ¿Cuánto?
17) Una finca costó $ 125 000 y en ella se realizaron mejoras por un valor de $ 42 230; después se vende en tres porciones, cobrándose respectivamente $ 155 320, $ 12 700 y $ 18 920. ¿Cuál fue el beneficio?
18) ¿Cuánto debe añadirse a $ 426.45 para obtener $ 826.30?
19) Un comerciante prometió dar a su empleado a fin de año $ 3 540 y un reloj. Al llegar la fecha señalada el comerciante le entregó $ 4 000. ¿De cuánto disponía el empleado para comprarse el reloj?
20) La población de las cinco ciudades más importantes de un país determinado es de 15 425 670 habitantes. Si dos de ellas suman 6 480 320 habitantes, ¿cuántos habitantes tendrán las tres ciudades restantes?
21) ¿Qué número se obtiene si se aumenta en 357 526 el número 22 675 y después se disminuye en 182 540?
22) Un negociante invierte $ 2 426 870 en la compra de unas plantaciones de plátanos, $ 85 720 en la compra de equipos agrícolas y $ 57 626 en gastos generales. Si al cabo de tres años esta inversión le produjo $4 275 620, ¿le fue rentable su inversión? ¿En cuánto?
23) Un comercio tiene cuatro empleados que cobran entre todos $ 3 226.72 mensualmente. En gastos de servicios generales el dueño paga $ 1 225.46. Si las ventas obtenidas en el mes son de $ 6 725.44, ¿cuánto dinero le queda al dueño?
24) Una firma comercial que tiene tres socios, obtuvo $ 896 425 de ganancia anual. Si al primer socio le correspondieron $ 275 420 y al segundo $ 356 420.72, ¿cuánto le correspondió al tercero?
25) Para comprar un negocio se reunieron Pedro, Luis y Alberto. El costo total de la inversión ascendió a $ 3 420.75. Si Pedro puso $ 875.50 y Luis, $ 1 520, ¿cuánto tuvo que poner Alberto para poder adquirir el negocio?
26) En la venta de unas mercancías el Sr. Gutiérrez obtiene $ 2 420.65. Si él ganó libremente $ 872.50, ¿cuánto fue la inversión en las mercancías?
27) Un campesino vendió 971.28 Ha de las 1 954.31 Ha que tenía su finca. ¿Cuántas Ha le quedaron al campesino?
28) Con fines benéficos se recaudaron fondos en tres ciudades por $ 664 368. Si una de ellas contribuyó con $ 164 765.40 y la otra con $ 267 485.42, ¿con cuánto contribuyó la tercera que también participó en la recaudación?
29) Un comerciante compró 60 toneladas de carbón en $ 441 y las vendió después en $ 708. Halle la ganancia que obtuvo el comerciante.
30) La Sra. Pérez realiza una compra por un valor de $ 439.50 y paga con un billete de $ 500. ¿Cuánto recibirá de cambio?

31) Un hombre cuyo saldo en su cuenta bancaria era de $ 675.70, deposita $ 285.50 y después extiende un cheque por $ 75.83. ¿Cuánto posee ahora en su cuenta bancaria?
32) Si una compra de $ 93.50 se paga con un billete de $ 100, ¿cuánto se devolverá?
33) Un televisor se vende con una pérdida de $ 130 sobre el costo. Si el precio de venta fue de $ 585, ¿cuál fue el precio de costo?
34) Un comerciante pagó $ 2 175.50 por tres toneles de vino. Si por los dos primeros pagó $ 986, ¿cuánto pagó por el tercero?
35) Un trabajador que gana $ 20 275 anuales, paga anualmente $ 2 350 de alquiler, $ 5 750 de manutención y ahorra $ 1 000. ¿Cuánto le queda de su sueldo anual?
36) El terreno sobre el cual se construye un edificio cuesta $ 6 720. Si el terreno y el edificio costaron $ 35 680, ¿cuál fue el costo del edificio?
37) Un comerciante tiene mercancías por un valor de $ 29 675.50; después compra mercancías por un valor de $ 10 757.80 y realiza ventas por $ 18 375.90. Halle el valor de las mercancías restantes.
38) Una persona que compró alfombras por un valor de $ 27 567.25, las vendió después por $ 30 097.80. ¿Cuánto ganó?
39) Un hombre gastó $ 2 289 de sus ingresos y éstos eran de $ 5 389. Halle cuánto le queda.
40) Se repartió una cantidad de dinero entre 54 personas y a cada una le correspondieron $ 3 945. ¿Cuál es la cantidad?
41) Una trabajadora gana $ 130 a la semana. ¿Cuánto habrá cobrado al cabo de 29 semanas?
42) Si cada saco de arroz pesa 225 Kg, ¿cuál es el peso de 98 sacos?
43) Un metro de tela cuesta $ 3.75. ¿Cuánto valdrá una pieza que tiene 425 metros?
44) Si un dólar vale 66.64 pesetas, ¿qué valor tendrán $ 3 758 dólares?
45) ¿Cuántos libros de $ 1.50 cada uno podré comprar si tengo $ 25.50?
46) Una persona realiza la compra de un apartamento y para ello pide un préstamo de $ 95 625. ¿Cuántos meses tardará en pagar su deuda, devolviendo $ 125 mensuales?
47) Si se deben encuadernar 1 725 libros en 75 días y se cobra $ 3.75 por cada uno, ¿cuánto se gana diariamente?
48) Una persona gasta $ 3.20 en tabaco diariamente. ¿Cuál será el gasto anual?
49) Se han comprado 8 barriles de vino. Al venderlos por $ 17.50, se han ganado $ 5.50. ¿Cuánto ha costado cada barril?
50) Un campesino compra 52 vacas por $ 13 312 y las cuida durante 7 días, gastando $ 15.80 diarios. Después las vende a $ 375 cada una. ¿Cuál es su beneficio?
51) Se paga $ 6.00 por un saco de azúcar de 300 libras. ¿Cuál es el costo de 75 libras?

52) Una ama de casa realiza las siguientes compras: 8 metros de tela a $ 3.50 cada metro; 3 toallas a $ 2.25 cada una; 2 sobrecamas a $ 25.50 cada una; 5 sábanas a $ 2.75 cada una. ¿Cuál fue el costo de su compra?

53) Halle el costo de transporte de 18 909 kilos de mercancías a razón de 58 centavos por kilo.

54) Un comerciante compró un terreno de 1 350 m^2 a razón de $ 10 el metro cuadrado. Gasta para ponerlo a producir $ 4 378 y después lo vende en $ 25 000. ¿Cuál fue su ganancia?

55) 1 323 es la cantidad de alumnos matriculados en una escuela. La escuela gasta $ 21 188 en sueldo de maestros, $ 7 560 en servicios de limpieza, $ 5 780 en libros y $ 6 305 en otros gastos. Halle el promedio del costo por alumno.

56) En una compra de $ 894.50 se hace un descuento de $ 1.50 por cada $ 100 gastados. ¿A cuánto se reduce la compra?

57) Al vender unas reses en $ 7 520 se pierde la mitad del precio de compra menos $ 0.85. ¿Cuánto costaron las reses?

58) Un hombre empleó $ 840 en la compra de un número de ovejas. Las vendió en $ 1 040, ganando $ 2.00 en cada una. ¿Cuántas ovejas compró?

59) De una herencia de $ 10 880, 4 personas reciben cada una $ 1 520. Lo demás se reparte igualmente entre doce familiares. ¿Cuánto le tocó a cada familiar?

60) Un comerciante compra 75 barriles de aceitunas por $ 1 125. Paga por transportarlos $ 350 y $ 275 más en jornal de venta. ¿A cuánto debió vender el barril para ganar $ 950 en el negocio?

61) A un comerciante le produjo la venta de su producción mensual, que fue de 335 Hl, justamente el jornal de sus cinco trabajadores. Si dos de ellos cobran $ 475.50 cada uno y a los demás les toca $ 325.75 a cada uno, ¿a cuánto vendió el hectolitro de su producción?

62) Una frutería recibe 50 cajas de naranjas y cada una contiene 5 docenas a un costo de $ 3.00 la caja.
   a) ¿Qué cantidad recibe de naranjas?
   b) ¿A cuánto debe vender la naranja para ganar $ 90.00 en las 50 cajas?

63) Una persona gana $ 160 al mes y deposita en el banco la cuarta parte de esta cantidad. ¿Cuánto depositará cada año? ¿De cuánto dispone para sus gastos mensuales?

64) Una persona que recibe una herencia de $ 5 400, ¿cuánto debe gastar mensualmente para que la misma le dure tres años?

65) Un obrero gana $ 24 diariamente y gasta como promedio diario $ 15.55. Trabaja seis días. ¿Cuánto ahorrará en una semana? ¿Cuánto al mes? ¿Cuánto al año?

66) Un metro de tela cuesta $ 2.30. ¿A cómo debe venderse para ganar en tres metros el precio de compra de un metro?

67) 90 pares de medias que han costado $ 202.50 se venden con una ganancia de $ 0.60 cada uno. ¿Cuánto le quedará a un trabajador que recibe un sueldo de $ 147.85 si compra doce pares de medias?

68) Un trabajador, por concepto de enfermedad, deja de trabajar 95 días al año y sus gastos en general en ese año fueron de $ 2 565.20. ¿Cuánto percibió por día de trabajo, si al final del año le quedaban $ 66.40?

69) Si en la venta de un edificio se han ganado $ 4 326, siendo esta ganancia la decimosexta parte del precio de compra, ¿cuál fue el de venta?

70) El Sr. Fernández tenía el 1 de enero en su cuenta bancaria $ 15 986.40. Si durante los doce meses del año extrae $ 960.85 cada mes y por beneficios de un negocio deposita en diciembre $ 3 420, ¿cuánto tenía depositado a fin de año?

71) Un joven ahorró $ 65 de su sueldo mensual, que era de $ 426.75. ¿Cuánto tiempo trabajó para ahorrar $ 1 950?

72) Unas copas finas cuestan $ 4.80 cada una y se venden a $ 6.00 cada una. ¿Cuántas copas se deben vender para ganar $ 3 600?

73) Un sastre compra 8 rollos de tela en $ 2 590; 4 rollos son de 50 metros cada uno y con un valor de $ 3.75 el metro, 2 rollos son de 80 metros cada uno a un valor de $ 4.00 el metro. Si los otros 2 rollos tienen 30 metros cada uno, ¿a cómo saldrá el metro de éstos?

74) Dos trabajadores laboran en una fábrica de jamón. Uno de ellos gana diariamente $ 3.00 más que el otro. Al cabo de un tiempo uno percibe $ 360 y el otro $ 432. ¿Cuánto gana cada uno diariamente?

75) Un ganadero compra 70 reses por $ 5 600; al cabo de 15 días gasta $ 2 450 en cuidados y alimentación. ¿A cómo tuvo que vender cada res si después del negocio su beneficio fue de $ 4 550?

76) Un vendedor de huevos vendió 15 docenas a $ 0.05 cada uno. Otras 18 docenas a $ 0.07 cada uno. ¿Qué beneficio obtuvo el comerciante si él pagó todos los huevos a $ 0.04 cada uno?

77) Determine el peso total de la pesca capturada y el monto total de la venta si cada tonelada se vendió a 950.25 (US $).

Nombre del barco	*Pesca capturada* (toneladas)
Tiburón	1295.21
Arenque	855.122
Mar Azul	498.16
Orca	928.145
Casino	1025.19
Libertad	1242.125

78) Un comerciante realizó las siguientes compras:

Producto	*Cantidad*	*Precio por unidad (US $)*	*Total*
camisas	55	3.15	
pantalones	38	7.50	
camisetas	144	0.65	
zapatos de mujer	72 (pares)	4.25 (par)	

bolsos	25	1.50
zapatos de hombre	36 (pares)	5.15 (par)

Determine el precio total pagado por el comerciante si el almacén donde realizó las compras le hizo un descuento de $ 82.50.

79) Determine cuánto ganan mensualmente los obreros cuyos salarios anuales se brindan a continuación. Realice la comprobación en cada caso.

Número del trabajador	*Salario anual (US $)*
1	10525.15
2	12180.00
3	8425.50
4	15422.00
5	16200.00
6	20000.00
7	11425.75
8	9425.00

80) Los obreros de un taller (32 en total) gastan diariamente $ 0.75 (cada uno) en merienda. Determine el dinero que gastan en 20 días de trabajo.

AUTOEXAMEN 3

Seleccione la respuesta correcta.

1) Tres hombres se unen en un negocio. Si el primero invierte $ 10 450, el segundo $ 21 568 y el tercero $ 32 560, la inversión total fue de:

a) $ 74 578
b) $ 64 578
c) $ 54 578
d) $ 62 528
e) $ 66 548

1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2) Un comerciante paga $ 150 000 por una mercancía y la vende después por $ 330 569.90. La ganancia es:

a) $ 150 000.00
b) $ 170 000.00
c) $ 180 569.90
d) $ 380 569.90
e) $ 80 569.90

2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3) Un anciano deja al morir una fortuna de $ 56 000; de ella deben darse $ 20 560 para sus hijos; $ 5 340 para repartir entre los pobres y el resto para la viuda. A la viuda le correspondió:

a) $ 30 000
b) $ 30 500
c) $ 28 200
d) $ 29 100
e) $ 30 100

3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4) Una persona invirtió toda su fortuna en: $ 425 759 para obras de caridad; $ 958 345.50 en la adquisición de unas edificaciones; $ 4 567.75 en la compra de varios artículos de hogar y $ 7 567.60 en prendas de vestir. La fortuna de esta persona era de:

a) $ 1 396 239.85
b) $ 2 396 000.85
c) $ 3 000 239.85
d) $ 1 396 000.00
e) $ 1 400 000.85

4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5) Un comerciante poseía un capital de $ 23 567 951. Lo aumentó en $ 675 957, pero después invirtió $ 1 598 765.50 en la compra de equipos de agricultura. En el momento actual el capital del comerciante es:

a) $ 22 600 142.50
b) $ 22 600 000.50
c) $ 23 645 142.50
d) $ 22 645 142.50
e) $ 21 645 124.50

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6) Un hombre quiere comprar 203 equipos de construcción por un valor de $ 1 565.70 cada uno. El hombre debe disponer de:

a) $ 317 000.00
b) $ 315 837.10
c) $ 317 837.10
d) $ 316 837.10
e) $ 318 437.10

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7) Un chofer de taxi gana durante una semana las siguientes cantidades: lunes $ 55.80; martes $ 67.90; miércoles $ 103.40; jueves $ 50.49; viernes $ 200; sábado $ 185.20 y domingo $ 192.40. El promedio diario de ganancia del taxista es:

a) $ 132.17
b) $ 122.17
c) $ 112.17
d) $ 122.00
e) $ 122.15

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8) Una caja de 60 docenas de manzanas cuesta $ 18.00. Siete docenas costarán:

a) $ 1.10
b) $ 2.00
c) $ 3.10
d) $ 4.00
e) $ 2.10

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9) El gasto mensual del Sr. Gutiérrez durante un año fue el siguiente: enero $ 415.50; febrero $ 364.85; marzo $ 250.70; abril $ 285.30; mayo $ 206.70; junio $ 375.35; julio $ 415.95; agosto $ 366.50; septiembre

$ 416.75; octubre $ 510.70; noviembre $ 515.80 y diciembre $ 418.30. Halle el promedio mensual de gastos. Halle el promedio semanal.

a) $ 378.53 mensual, $ 87.35 semanal.
b) $ 358.53 mensual, $ 85.35 semanal.
c) $ 478.53 mensual, $ 97.35 semanal.
d) $ 368.53 mensual, $ 77.35 semanal.
e) $ 388.53 mensual, $ 89.35 semanal.

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10) Un comerciante quiere vender 327 artículos a $ 475.73 cada uno. Si pagó por ellos $ 9 675.80, ganará:

a) $ 145 877.81
b) $ 145 867.81
c) $ 145 897.81
d) $ 145 887.91
e) $ 145 987.91

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. Potenciación y radicación

4.1. Potencia

Se llama **potencia** de un número al resultado de tomarlo como factor dos o más veces.

Ejemplo:

4 es una potencia de 2 ya que $2 \times 2 = 4$
27 es una potencia de 3 ya que $3 \times 3 \times 3 = 27$
625 es una potencia de 5 ya que $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

4.2. Potenciación

Recibe el nombre de **potenciación** o **elevación a potencias** la operación cuya finalidad es hallar las potencias de un número. Esta operación posee su propia nomenclatura y notación; al número que se multiplica por sí mismo se le llama **base** de la potencia. Las veces que se toma como factor el número se colocan con un número pequeño arriba y a la derecha de la base y se le denomina **exponente.**

Ejemplo:

base $\rightarrow 3^{2} \nwarrow$ exponente.

Cuando una cantidad es elevada a cero su valor es la unidad.

Ejemplo:

$1^{0} = 1$
$2^{0} = 1$
$25^{0} = 1$

Cuando una cantidad es elevada a la unidad el resultado es el propio número, por esta razón se le llama primera potencia de un número al propio número.

Ejemplo:

$$3^1 = 3$$
$$5^1 = 5$$
$$15^1 = 15$$

Si se toma al número como factor dos veces, al resultado se le llama segunda potencia o cuadrado.

Ejemplo:

$$4^2 = 4 \times 4 = 16$$
$$5^2 = 5 \times 5 = 25$$
$$6^2 = 6 \times 6 = 36$$

Si se toma al número como factor tres veces, al resultado se le llama tercera potencia o cubo.

Ejemplo:

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$
$$3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$$
$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Así sucesivamente se le llamará cuarta, quinta, sexta, etc., potencia a los resultados de tomar al número como factor 4, 5, 6, etc., veces.

Ejemplos:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$
$$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$
$$4^6 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4\,096$$

4.3. Cuadrados y cubos de los diez primeros números

Por su utilidad y uso frecuente, es conveniente que el lector identifique y memorice los cuadrados y cubos de los diez primeros números:

número	*cuadrado*	*cubo*
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

Ejercicio 27

Desarrollar las siguientes potencias:

1) 7^2
2) 11^2
3) 13^2
4) 15^2
5) 17^2
6) 19^3
7) 21^2
8) 115^2
9) 11^3
10) 13^3
11) 120^3
12) 62^3
13) 2^4
14) 65^1
15) 9^6
16) 11^6
17) 90^3
18) 72^4
19) 1825^2
20) 718^0

Ejercicio 28

Hallar el valor de:

1) $2^2 \times 3 =$
2) $5^1 \times 3^3 =$
3) $6^0 \times 4^3 \times 9^0 =$
4) $2^1 \times 3^2 \times 4^2 \times 5^2 =$
5) $10^2 \times 9^3 =$
6) $12^0 \times 13^3 \times 2^4 =$
7) $\dfrac{2^6 \times 3^0}{2^2} =$

8) $\dfrac{7^3 \times 2^4}{7^2} =$

9) $\dfrac{3^3 \times 3^0 \times 4^2}{10^2} =$

10) $\dfrac{6^3 \times 11^2}{10^1 \times 14^0} =$

4.4. Raíz cuadrada

Se llama raíz cuadrada de un número a otro número que multiplicado por sí mismo reproduce el primero.

Ejemplos:

la raíz cuadrada de 36 es 6
ya que $6 \times 6 = 36$
la raíz cuadrada de 4.41 es 2.1
ya que $2.1 \times 2.1 = 4.41$

4.5. Radicación

Se llama radicación o extracción de raíces a la operación por la cual se calculan las raíces de los números.

Esta operación se representa por el signo radical: $\sqrt{}$

La cantidad que aparece bajo el signo radical recibe el nombre de cantidad subradical o radicando: $\sqrt{25}$, $\sqrt{4.41}$, etc.

Entre las 2 ramas oblicuas del signo radical se coloca un número pequeño que recibe el nombre de **índice** y nos indica la potencia a la que es preciso elevar la raíz para reproducir la cantidad subradical. El índice da nombre a la raíz.

Ejemplos:

$\sqrt[2]{}$ raíz cuadrada

$\sqrt[3]{}$ raíz cúbica

$\sqrt[4]{}$ raíz cuarta

$\sqrt[5]{}$ raíz quinta

$\sqrt[n]{}$ raíz enésima

No se acostumbra poner el índice 2, por lo que cuando veamos el signo radical solo ($\sqrt{}$) debemos deducir que se trata de una raíz cuadrada.

4.6. Extracción de la raíz cuadrada de un número

Veamos la operatoria mediante un ejemplo:

Hallar la raíz cuadrada de 15 625:

$$\begin{array}{r|l} \sqrt{1'56'25} & 125 \\ \hline 1 & 22 \\ \hline 0\,5'6 & 2 \\ \hline 4\,4 & 245 \\ \hline 1\,22'5 & 5 \\ \hline 1225 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Técnica operatoria:

a) Se divide el número en grupos de 2 cifras, a partir de las unidades: 1'56'25. Note que el último grupo puede tener tanto una cifra como dos.

b) Se busca el mayor número cuyo cuadrado pueda restarse de la cifra de la izquierda y se efectúa la resta, colocándose este número en la raíz. En nuestro ejemplo $1^2 = 1$ y $1 - 1 = 0$.

c) Se escribe el grupo siguiente (56) a la derecha del resto y la última cifra se separa con una coma (5'6); lo que queda (5) se divide por el duplo de la raíz obtenida ($1 \times 2 = 2$).

d) El cociente de la operación anterior ($5 \div 2 = 2$) es la cifra siguiente de la raíz. Se coloca esta cifra al lado del duplo hallado, se multiplica por ella misma ($22 \times 2 = 44$) y se efectúa la resta. Si la resta no fuera posible, se disminuye la cifra en una unidad y se prueba de nuevo.

e) Las operaciones c y d se repiten tantas veces como sea necesario.

En caso de que después de bajar el último grupo y efectuar la resta aún quede un resto, podemos bajar dos ceros y colocar un punto decimal en la raíz. Si el número fuera decimal, al bajar los decimales colocamos el punto.

Ejemplos:

1) Hallar la raíz cuadrada de 7845.

$$
\begin{array}{r|l}
\sqrt{78'45} & 88.572 \\
64 & 168 \\
\hline
144'5 & 8 \\
1344 & 1765 \\
\hline
01010'0 & 5 \\
8825 & 17707 \\
\hline
12750'0 & 7 \\
123949 & 177142 \\
\hline
035510'0 & 2 \\
354284 & \\
\hline
0816 &
\end{array}
$$

Respuesta: la raíz cuadrada de 7845 es 88.572.

2) Hallar la raíz cuadrada de 5256.25.

$$
\begin{array}{r|l}
\sqrt{52'56'25} & 72.5 \\
49 & 142 \\
\hline
035'6 & 2 \\
284 & 1445 \\
\hline
07\,22'5 & 5 \\
722\,5 & \\
\hline
0 &
\end{array}
$$

Respuesta: la raíz cuadrada de 5256.25 es 72.5.

Ejercicio 29

Halle la raíz cuadrada de los siguientes números:

1) 5 625
2) 23 104
3) 240.25
4) 156.25
5) 2 043.04
6) 380.25
7) 1 577 536
8) 183.8736
9) 208.8025
10) 462.25

AUTOEXAMEN 4

Seleccione la respuesta correcta.

1. El cubo del número 5 es:

   a) 625
   b) 75
   c) 125
   d) 55
   e) 155

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. El valor de 14^3 es:

   a) 2 644
   b) 2 744
   c) 2 844
   d) 196
   e) 38 416

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. El valor de $\frac{2^5 \times 3^0}{4^2}$ es:

   a) 4
   b) 8
   c) 16
   d) 2
   e) 6

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. El valor de $\frac{5^1 \times 3^4}{9^2}$ es:

   a) 5
   b) 7
   c) 9
   d) 27
   e) 81

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. La raíz cuadrada de 361 es:

a) 49
b) 9
c) 39
d) 29
e) 19

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. La raíz cuadrada de 21 083.04 es:

a) 145.2
b) 155.2
c) 182
d) 135
e) 175.2

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. Divisibilidad

5.1. Definiciones

5.1.1. Número primo

Número primo es aquel que sólo es divisible por sí mismo y por la unidad.

Ejemplos:

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97, 101, 103, 107, 109, 113, 127, 131, 137, 139, etc.

5.1.2. Múltiplo

Se llama **múltiplo** de un número al producto de este número por otro número entero cualquiera:

Ejemplo:

45 es múltiplo de 5

Por ser: $5 \times 9 = 45$

5.1.3. Múltiplo común

Se dice que un número es **múltiplo común** de varios números cuando el mismo es divisible por cada uno de ellos.

Ejemplo:

El número 30 es múltiplo común de: 2, 3, 5, 6, 10 y 15.

Si multiplicamos cualquiera de estos números por otros números enteros podemos obtener el número 30 y además ser este último divisible por cada uno de ellos.

5.1.4. Número par

Se llama **número par** a todo número múltiplo de 2.

Ejemplo:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, etc.

5.1.5. Número impar

Número impar es todo aquel que no es múltiplo de 2.

Ejemplo:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, etc.

5.1.6. Divisor

Se dice que un número es **divisor** o **submúltiplo** de otro si lo divide exactamente.

Ejemplo:

2, 4 y 5 son divisores o submúltiplos de 20 ya que lo dividen exactamente.

5.1.7. Divisor común

Un número es **divisor común** de otros cuando los divide exactamente a cada uno de ellos.

Ejemplo:

el número 7 es divisor común de: 7, 14, 21, 28, 35, etc.

5.2. Divisibilidad

En muchas ocasiones sin que sea necesario efectuar la división podemos conocer si un número divide exactamente a otro, para ello deben cumplirse determinadas condiciones que estudiaremos a continuación.

5.2.1. Divisibilidad por 2

Un número es divisible por 2 si termina en cifra par o cero.

Ejemplo:

los siguientes números son divisibles por 2:

140 termina en 0.
28 termina en cifra par.
15 286 termina en cifra par.
50 termina en 0.

5.2.2. Divisibilidad por 3

Un número es divisible por 3 cuando la suma de los valores absolutos de todas las cifras que lo integran es múltiplo de 3.

Ejemplo:

12 es divisible por 3 ya que $1 + 2 = 3$.
24 es divisible por 3 ya que $2 + 4 = 6$ (múltiplo de 3).
1827 es divisible por 3 ya que $1 + 8 + 2 + 7 = 18$ (múltiplo de 3).

5.2.3. Divisibilidad por 4

Un número es divisible por 4 cuando sus dos últimas cifras son ceros o forman un múltiplo de 4.

Ejemplos:

500 es divisible por 4 ya que sus últimas dos cifras son cero.
612 es divisible por 4 ya que sus últimas dos cifras forman un múltiplo de 4 (12).

5.2.4. Divisibilidad por 5

Un número es divisible por 5 cuando termina en cero o en 5.

Ejemplos:

15, 50, 150, 1425, etc.

5.2.5. Divisibilidad por 7

Para determinar si un número es divisible por 7 se separa su última cifra, o sea, la primera de la derecha, se multiplica la misma por 2 y el resultado de este producto se le resta a lo que queda a la izquierda. Esta operación se repite si es necesario hasta que se pueda determinar claramente si el resto es cero o múltiplo

de 7, caso en el que la cifra analizada es divisible por 7. De tener el resto otro valor, el número NO es divisible por 7.

Ejemplos:

1) Determinar si el número 2 079 es divisible por 7.

Se plantea:

$$\begin{array}{r} \_\ 207'9 \times 2 = 18 \\ \underline{\quad 18\quad} \\ \_\ 18'9 \times 2 = 18 \\ \underline{\quad 18\quad} \\ 0 \end{array}$$

el resto da 0 por lo tanto el número 2079 es divisible por 7

Explicación: separamos la última cifra (9), la multiplicamos por 2 (9 × 2 = = 18), este resultado se lo restamos a las cifras que quedan (207). Como no sabemos si el resto obtenido (189) es múltiplo de 7 repetimos la operación de separar la última cifra (9), multiplicarla por 2 (9 × 2 = 18) y restar el producto obtenido (18) de las cifras que quedan a la izquierda (18). El nuevo resto es cero, lo que nos indica que el número 2079 es divisible por 7.

2) Determinar si el número 3 675 es divisible por 7.

Se plantea:

$$\begin{array}{r} \_\ 367'5 \times 2 = 10 \\ \underline{\quad 10\quad} \\ \_\ 35'7 \times 2 = 14 \\ \underline{\quad 14\quad} \\ 21 \end{array}$$

esta cifra es múltiplo de 7 por lo que el número 3 675 es divisible por 7

Explicación: se procede, igual que en el ejemplo anterior, a separar la última cifra (5), multiplicarla por 2 (5 × 2 = 10) y restar este producto (10) de las cifras que quedan a la izquierda (367). Como no sabemos si el resto obtenido (357) es múltiplo de 7, repetimos la operación de separar. la última cifra (7), multiplicarla por 2 (7 × 2 = 14) y restar el producto (14) de las cifras que quedan a la izquierda (35). El nuevo resto es 21 que es múltiplo de 7, lo que nos indica que el número 3675 es múltiplo de 7.

3) Determinar si el número 3 345 es múltiplo de 7.

$$\begin{array}{r} \_\ 334'5 \times 2 = 10 \\ \underline{\quad 10\quad} \\ \_\ 32'4 \times 2 = 8 \\ \underline{\quad 8\quad} \\ 24 \end{array}$$

esta cifra no es múltiplo de 7 por lo que el número 3 345 no es divisible por 7

NOTA: si el producto de la primera cifra de la derecha por 2 resultare mayor que las cifras que quedan a la izquierda —hecho que impide efectuar la sustracción— se invierten los términos de la resta, es decir, el minuendo se convierte en sustraendo y viceversa.

Ejemplo:

Determinar si el número 1 337 es divisible por 7.

$$\begin{array}{r} 133'7 \times 2 = 14 \\ -\ 14 \\ \hline 11'9 \times 2 = 18 \\ -\ 18 \\ \hline \end{array}$$

Como no se puede efectuar la resta, invertimos los términos de ésta:

$$\begin{array}{r} 18 \\ -\ 11 \\ \hline 7 \end{array}$$

Al dar 7 el resto nos indica que el número 1 337 es divisible por 7.

5.2.6. Divisibilidad por 9

Un número es divisible por 9 cuando la suma de los valores absolutos de todas las cifras que lo integran es múltiplo de 9.

Ejemplos:

135 es divisible por 9 ya que $1 + 3 + 5 = 9$
486 es divisible por 9 ya que $4 + 8 + 6 = 18$ (múltiplo de 9).

5.2.7. Divisibilidad por 10

Un número es divisible por 10 cuando termina en cero.

Ejemplo:

10, 40, 110, 450, etc.

5.2.8. Divisibilidad por 11

Para determinar si un número es divisible por 11 se obtiene la diferencia entre la suma de los valores absolutos de las cifras que ocupan lugar impar (empezan-

do de derecha a izquierda) y la suma de los valores absolutos de las cifras que ocupan lugar par; si esta diferencia da cero o múltiplo de 11 entonces el número es divisible por 11.

Ejemplos:

1) Determinar si el número 1 375 es divisible por 11.

par	impar	par	impar
1	3	7	5

$5 + 3 = 8$
$1 + 7 = 8$

$$\begin{array}{r} 8 \\ -\ 8 \\ \hline 0 \end{array}$$

Al dar cero la diferencia nos indica que el número 1 375 es divisible por 11.

Explicación: comenzando de derecha a izquierda marcamos las cifras impares y pares. Así las cifras 5 y 3 son impares por ocupar los puestos primero y tercero a partir de la derecha y las cifras 7 y 1 son pares por ocupar los puestos segundo y cuarto respectivamente. Sumamos las cifras impares ($5 + 3 = 8$) y las pares ($7 + 1 = 8$) y por último obtenemos la diferencia de las cifras impares y pares; como esta diferencia resultó ser cero, el número 1 375 es divisible por 11.

2) Determinar si el número 13 805 es divisible por 11.

impar	par	impar	par	impar
1	3	8	0	5

$5 + 8 + 1 = 14$
$0 + 3 = 3$

$$\begin{array}{r} 14 \\ -\ 3 \\ \hline 11 \end{array}$$

Al dar 11 la diferencia nos indica que el número 13 805 es divisible por 11.

Explicación: marcamos las cifras impares y pares (de derecha a izquierda). Sumamos las cifras impares. Sumamos las cifras pares. Obtenemos la diferencia: cifras impares menos cifras pares. Al dar esta diferencia 11, el número 13 805 es divisible por 11.

3) Determinar si el número 51 909 es divisible por 11.

impar	par	impar	par	impar
5	1	9	0	9

$9 + 9 + 5 = 23$
$0 + 1 = 1$

$$\begin{array}{r} 23 \\ -\ 1 \\ \hline 22 \end{array}$$

Al dar la diferencia 22 que es un múltiplo de 11 nos indica que el número 51 909 es divisible por 11.

4) Determinar si el número 22 148 es divisible por 11.

impar	par	impar	par	impar		
2	2	1	4	8	$8 + 1 + 2 = 11$	11
					$4 + 2 = 6$	$-\ 6$
						5

Como la diferencia es 5, que no es ni cero ni múltiplo de 11, podemos afirmar que el número 22 148 no es divisible por 11.

NOTA: si la suma de las cifras de lugar impar resultare menor que las de lugar par, se le suma a las cifras de lugar impar el múltiplo de 11 necesario para que se pueda efectuar la resta.

Ejemplo:

Determine si el número 328 482 es divisible por 11.

par	impar	par	impar	par	impar		
3	2	8	4	8	2	$2 + 4 + 2 = 8$	8
						$8 + 8 + 3 = 19$	$-\ 19$

no se puede efectuar.

Como no se puede efectuar la sustracción, añadimos a la suma de las cifras impares el múltiplo de 11 necesario para que se efectúe la operación.

$$8 + 22 = 30 \qquad 30 - 19 = 11$$

Al dar 11 el resultado de la sustracción nos indica que el número 328 482 es divisible por 11.

5.2.9. Divisibilidad por 13

Para determinar si un número es divisible por 13 se separa su última cifra, o sea, la primera de la derecha, se multiplica la misma por 9 y el resultado de este producto se le resta a lo que queda a la izquierda. Se repite la operación —si es necesario— hasta que se pueda determinar si el resto es cero o múltiplo de 13. En ese caso el número es divisible por 13. De tener el resto otro valor, el número no es divisible por 13.

Ejemplos:

1) Determinar si el número 6 825 es divisible por 13.

$-\ 682'5$	$\times\ 9 = 45$
45	
$-\ 63'7$	$\times\ 9 = 63$
63	
0	

Al dar cero el resto nos indica que el número 6 825 es divisible por 13.

Explicación: separamos la última cifra (5), la multiplicamos por 9 (5 × 9 = 45), el producto (45) se le resta a las cifras que quedaron a la izquierda (682). Como no sabemos si 637 es múltiplo de 13, repetimos la operación. Separamos la última cifra (7), la multiplicamos por 9 (7 × 9 = 63), el producto (63) se lo restamos a las cifras que quedan a la izquierda (63). El resto es cero, lo que indica que el número 6 825 es divisible por 13.

2) Determinar si el número 5 525 es divisible por 13.

$$\begin{array}{rl} 552'5 & \times 9 = 45 \\ -\ 45 & \\ \hline 50'7 & \times 9 = 63 \\ -\ 63 & \end{array}$$

No se puede efectuar la sustracción por lo que debemos invertir los términos de la misma.

$$\begin{array}{r} 63 \\ -\ 50 \\ \hline 13 \end{array}$$

Al ser 13 el resultado, nos indica que el número 5 525 es divisible por 13.

3) Determinar si el número 4 745 es divisible por 13.

$$\begin{array}{rl} 474'5 & \times 9 = 45 \\ -\ 45 & \\ \hline 42'9 & \times 9 = 81 \\ -\ 81 & \end{array}$$

No se puede efectuar la sustracción, por lo que debemos invertir los términos de la misma.

$$\begin{array}{r} 81 \\ -\ 42 \\ \hline 39 \end{array}$$

El resultado es 39, que es un múltiplo de 13, por lo que el número 4 775 es divisible por 13.

4) Determinar si el número 9 832 es divisible por 13.

$$\begin{array}{rl} 983'2 & \times 9 = 18 \\ -\ 18 & \\ \hline 96'5 & \times 9 = 45 \\ -\ 45 & \\ \hline 51 & \end{array}$$

El resultado es 51, que no es múltiplo de 13, por lo que el número 9 832 no es divisible por 13.

5.2.10. Divisibilidad por 17

Para determinar si un número es divisible por 17 se separa su última cifra, o sea, la primera de la derecha, se multiplica la misma por 5, y el resultado de este producto se le resta a lo que queda a la izquierda. Se repite la operación —si es necesario— hasta que se pueda determinar si el resto es cero o múltiplo de 17; en este caso el número es divisible por 17. De tener el resto otro valor el número **no** es divisible por 17.

Ejemplos:

1) Determinar si el número 1 887 es divisible por 17.

$$\begin{array}{rl} -\ 188'7 & \times\ 5 = 35 \\ \underline{\quad 35} & \\ -\ 15'3 & \times\ 5 = 15 \\ \underline{\quad 15} & \\ 0 & \end{array}$$

Al ser cero el resultado de la sustracción, se puede afirmar que el número 1 887 es divisible por 17.

2) Determinar si el número 2 635 es divisible por 17.

$$\begin{array}{rl} -\ 263'5 & \times\ 5 = 25 \\ \underline{\quad 25} & \\ -\ 23'8 & \times\ 5 = 40 \\ \quad 40 & \end{array}$$

No se puede efectuar la sustracción, por lo que debemos invertir los términos de la misma.

$$\begin{array}{r} -\ 40 \\ \underline{\quad 23} \\ 17 \end{array}$$

Como el resultado de la sustracción es 17, podemos afirmar que el número 2 635 es divisible por 17.

3) Determinar si el número 7 225 es divisible por 17.

$$\begin{array}{rl} -\ 722'5 & \times\ 5 = 25 \\ \underline{\quad 25} & \\ -\ 69'7 & \times\ 5 = 35 \\ \underline{\quad 35} & \\ 34 & \end{array}$$

Como el resultado es 34 (múltiplo de 17), podemos afirmar que el número 7 225 es divisible por 17.

4) Determinar si el número 4 285 es divisible por 17.

$$\begin{array}{rl} -\ 428'5 & \times\ 5 = 25 \\ \underline{\quad 25} & \\ -\ 40'3 & \times\ 5 = 15 \\ \underline{\quad 15} & \\ 25 & \end{array}$$

Como el resultado es 25, que no es ni cero ni múltiplo de 17, el número 4 285 no es divisible por 17.

5.2.11. Divisibilidad por 19

Para determinar si un número es divisible por 19, se separa su última cifra, o sea, la primera de la derecha, se multiplica la misma por 17, y el resultado de este producto se le resta a lo que queda a la izquierda. Se repite la operación —si es necesario— hasta que se pueda determinar si el resto es cero o múltiplo de 19; en este caso el número es divisible por 19. De tener el resto otro valor el número no es divisible por 19.

Ejemplos:

1) Determinar si el número 5 985 es divisible por 19.

$$\begin{array}{rl} -\ 598'5 & \times\ 17 = 85 \\ \underline{\quad 85} & \\ -\ 51'3 & \times\ 17 = 51 \\ \underline{\quad 51} & \\ 0 & \end{array}$$

Como el resultado es cero, podemos afirmar que el número 5 985 es divisible por 19.

2) Determinar si el número 2 413 es divisible por 19.

$$\begin{array}{rl} -\ 241'3 & \times\ 17 = 51 \\ \underline{\quad 51} & \\ -\ 19'0 & \times\ 17 = 0 \\ \underline{\quad 0} & \\ 19 & \end{array}$$

Al ser 19 el resultado, podemos afirmar que el número 2 413 es divisible por 19.

3) Determinar si el número 6 099 es divisible por 19.

$$\begin{array}{r} -\ 609'9 \\ \underline{\quad 153} \\ -\ 45'6 \\ \underline{\quad 102} \end{array} \quad \begin{array}{l} \times\ 17 = 153 \\ \\ \times\ 17 = 102 \end{array}$$

No se puede efectuar la sustracción por lo que debemos invertir los términos de la misma.

$$\begin{array}{r} -\ 102 \\ \underline{\quad 45} \\ 57 \end{array}$$

Al ser 57 (múltiplo de 19) el resultado, podemos afirmar que el número 6 099 es divisible por 19.

4) Determinar si el número 5 275 es divisible por 19.

$$\begin{array}{r} -\ 527'5 \\ \underline{\quad 85} \\ -\ 44'2 \\ \underline{\quad 34} \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \times\ 17 = 85 \\ \\ \times\ 17 = 34 \end{array}$$

El resultado es 10, como este número no es ni cero ni múltiplo de 19, el número 5 275 no es divisible por 19.

Ejercicio 30

A) Determinar si los siguientes números son divisibles por 2 y 4.

1) 322
2) 160
3) 425
4) 900
5) 782
6) 1 423
7) 1 500
8) 1 826
9) 6 000
10) 750

B) Determinar si los siguientes números son divisibles por 3 y 9.

1) 129
2) 132
3) 765
4) 555
5) 832
6) 1 458
7) 3 681
8) 15 245
9) 22 343
10) 46 863

C) Determinar si los siguientes números son divisibles por 5 y 10.

1) 825
2) 1 000
3) 750
4) 1 835
5) 2 423
6) 3 645
7) 15 246
8) 20 000
9) 50 245
10) 60 300

D) Determinar si los siguientes números son divisibles por 7 y 11.

1) 77
2) 875
3) 3 164
4) 1 496
5) 3 773
6) 4 059
7) 8 652
8) 5 929
9) 12 546
10) 5 379

E) Determinar si los siguientes números son divisibles por 13, 17 y 19.

1) 1 625
2) 2 210
3) 8 664
4) 3 211
5) 4 199
6) 6 225
7) 8 094
8) 6 137
9) 16 068
10) 24 684

Ejercicio 31

Determinar si los siguientes números son divisibles por 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11, 13, 17, o 19.

1) 140
2) 169
3) 153
4) 2 520
5) 2 000
6) 2 394
7) 46 189
8) 12 167
9) 360 360
10) 29 070

5.3. Descomposición en factores primos

Para **descomponer** un número en sus **factores primos** se le convierte en el producto indicado de los factores primos que lo integran.

Ejemplo:

1) El número 10 descompuesto en sus factores primos es 2×5.
2) El número 12 descompuesto en sus factores primos es $2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 3$

5.3.1. Regla para descomponer un número en sus factores primos

Para descomponer un número en sus factores primos se divide el mismo por el menor de sus divisores primos, el cociente obtenido se divide también por el menor de sus divisores primos y así sucesivamente, hasta obtener un cociente que sea un número primo que es divisible por sí mismo.

Ejemplos:

1) Descomponer el número 108 en sus factores primos.

Solución:

108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$

Respuesta: $108 = 2^2 \times 3^3$

Explicación: dividimos 108 por el menor de sus números primos, o sea, 2. El cociente obtenido (54) se dividió a su vez por el menor de sus números primos (2). El nuevo cociente (27) se dividió por el menor de sus números primos (3) y luego el siguiente cociente (9) por el menor de sus números primos (3); por último obtuvimos un cociente (3) que es un número primo que se dividió por sí mismo.

2) Descomponer el número 425 en sus factores primos.

Solución:

425	5
85	5
17	17
1	

$425 = 5 \times 5 \times 17$

Respuesta: $425 = 5^2 \times 17$.

3) Descomponer el número 1 233 en sus factores primos.

Solución:

1233	3
411	3
137	137
1	

$1\,233 = 3 \times 3 \times 137$

Respuesta: $1\,233 = 3^2 \times 137$.

4) Descomponer el número 23 400 en sus factores primos.

Solución:

23400	2
11700	2
5850	2
2925	3
975	3
325	5
65	5
13	13
1	

$23\,400 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 13$

Respuesta: $23\,400 = 2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 13$

Ejercicio 32

Descomponer los siguientes números en sus factores primos:

1) 120
2) 385
3) 637
4) 891
5) 14 175
6) 14 399
7) 5 643
8) 35 000
9) 454 597
10) 250 047

5.4. Máximo común divisor (m.c.d.)

Se llama máximo común divisor (m.c.d.) de varios números al mayor de los divisores comunes de esos números.

Ejemplo: los números 20 y 30 son divisibles por 2, 5, y 10. Por lo tanto, el máximo común divisor (m.c.d.) de estos números es 10.

Existen dos métodos para determinar el m.c.d.:

a) Por divisiones sucesivas.
b) Por descomposición en factores primos.

5.4.1. Determinación del m.c.d. por divisiones sucesivas

Aquí podemos considerar dos casos:

a) Que se quiera determinar el m.c.d. de dos números.
b) Que se quiera determinar el m.c.d. de más de dos números.

5.4.1.1. Determinación del m.c.d. de dos números por divisiones sucesivas

Para determinar el máximo común divisor de dos números se siguen los siguientes pasos:

a) Se divide el mayor por el menor (si esta división resultara exacta el número menor es el máximo común divisor).

Si la división no resultara exacta seguimos con el paso b.

b) Se divide el número menor por el resto.

c) Se divide el primer resto por el segundo.

d) Se divide el 2do resto por el 3.ro y así sucesivamente hasta lograr que el resto sea cero.

El último divisor (el que hace que el resto sea cero) es el máximo común divisor de los dos números.

En ocasiones el último divisor resulta ser la unidad debido a que se trata de dos números primos.

Ejemplos:

1) Determinar el m.c.d. de los números 615 y 15

a) 615 | 15 — división del mayor por el menor
60 | 41
015
15
0

El m.c.d. será en este caso 15.

2) Determinar el m.c.d. de los números 1 230 y 390.

a) 1230 | 390 — división del mayor por el menor
1170 | 3
0060

a) 390 | 60 — división del menor por el resto
360 | 6
030

c) 60 | 30 — división del primer resto por el segundo
60 | 2
0

El m.c.d. será el último divisor, o sea, 30.

5.4.1.2. Determinación del m.c.d. de más de dos números por divisiones sucesivas

Para determinar el m.c.d. de más de dos números por divisiones sucesivas, se halla primero el de dos de ellos (tal y como se explicó en el epígrafe anterior); a continuación el de otro de los números dados y m.c.d. que acabamos de hallar; después el de otro de los números dados y el segundo m.c.d. y así sucesivamente hasta el último número dado. El último m.c.d. hallado será el m.c.d. de todos los números dados.

En el diagrama que se muestra a continuación se explican esquemáticamente los pasos a seguir.

Sean 4 números cuyo m.c.d. se quiere determinar.

1.er número 2.º número	m.c.d. (1)			primer paso
	3.er número	m.c.d. (2)		segundo paso
		4.º número	m.c.d. (3)	tercer paso

El m.c.d. (3) es el m.c.d. de los cuatro números dados.

Ejemplo:

Determinar el m.c.d. de los números 378, 3 192, 4 914 y 5 600.

El primer paso es hallar el m.c.d. de dos de los números (para lograr una mayor rapidez resulta conveniente que se comience por los dos números menores).

```
3192 | 378      división del mayor por el menor
3024   8
0168
```

```
378  | 168      división del menor por el resto
336    2
042
```

```
168  | 42       división del primer resto por el segundo
168    4
 0
```

El m.c.d. (1) es el último divisor, o sea, 42.
A continuación se halla el m.c.d. de otro de los números y el m.c.d. (1)

```
4914 | 42      división del mayor por el menor
42   |-----
----  117
 71
 42
----
 294
 294
----
   0
```

El m.c.d. (2) es 42.
Ahora se halla el m.c.d. del otro número y el m.c.d. (2)

```
5600 | 42  división del mayor por el menor
42   |-----
----  133
 140
 126
----
0140
 126
----
 014
```

```
42 | 14        división del menor por el resto
42 |-----
---  3
  0
```

m.c.d. (3) = 14.

Respuesta: el m.c.d. de los números 378, 3 192, 4 914 y 5 600 es 14.

5.4.2. Determinación del m.c.d. por descomposición en factores primos

Para determinar el m.c.d. de varios números se descomponen los mismos en sus factores primos, luego se toman los factores comunes con su menor exponente y el producto de ellos es el m.c.d.

Ejemplos:

1. Hallar el m.c.d. de 348 y 792.

Solución:

348	2	792	2
174	2	396	2
87	3	198	2
29	29	99	3
1		33	3
		11	11
		1	

$348 = 2 \times 2 \times 3 \times 29$
$348 = 2^2 \times 3 \times 29$

$792 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 11$
$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$

Se toman los factores comunes (2 y 3) con su menor exponente (2^2 y 3).

$$\text{m.c.d.} = 2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$$

Respuesta: m.c.d. = 12.

2. Halla el m.c.d. de 7 425, 98 010 y 51 480.

Solución:

7425	3
2475	3
825	3
275	5
55	5
11	11
1	

98010	2
49005	3
16335	3
5445	3
1815	3
605	5
121	11
11	11
1	

51480	2
25740	2
12870	2
6435	3
2145	3
715	5
143	11
13	13
1	

$7\,425 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 11$
$7\,425 = 3^3 \times 5^2 \times 11$

$98\,010 = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 \times 11$
$98\,010 = 2 \times 3^4 \times 5 \times 11^2$

$51\,480 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 11 \times 13$
$51\,480 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 11 \times 13$

Los factores comunes son 3, 5 y 11, el m.c.d. está formado por el producto de estos factores con el menor exponente con el que aparecen.

$$\text{m.c.d.} = 3^2 \times 5 \times 11$$
$$\text{m.c.d.} = 9 \times 5 \times 11$$

Respuesta: m.c.d. = 495.

3. Hallar el m.c.d. de 17 150, 711 828, 117 178 y 668 168.

Solución:

17150	2
8575	5
1715	5
343	7
49	7
7	7
1	

711828	2
355914	2
177957	3
59319	3
19773	3
6591	3
2197	13
169	13
13	13
1	

$17\,150 = 2 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$
$17\,150 = 2 \times 5^2 \times 7^3$

$711\,828 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 13 \times 13 \times 13$
$711\,828 = 2^2 \times 3^4 \times 13^3$

117128	2	668168	2
58564	2	334084	2
29282	2	167042	2
14641	11	83521	17
1331	11	4913	17
121	11	289	17
11	11	17	17
1		1	

$117\,128 = 2 \times 2 \times 2 \times 11 \times 11 \times 11 \times 11$
$117\,128 = 2^3 \times 11^4$

$668\,168 = 2 \times 2 \times 2 \times 17 \times 17 \times 17 \times 17$
$668\,168 = 2^3 \times 17^4$

El único factor común es 2 por lo que tomado con su menor exponente (2) constituye el m.c.d.

Respuesta: m.c.d. = 2.

Ejercicio 33

A) Hallar el m.c.d. de los siguientes números por el método de divisiones sucesivas:

1) 42 y 96
2) 115 y 385
3) 63 y 321
4) 482 y 36
5) 377 y 42
6) 925 y 635
7) 2 025, 3 087 y 5 832.
8) 6 125, 1 925 y 30 625
9) 6 174, 6 237 y 12 005
10) 196 625, 16 731 y 34 606
11) 17 496, 6 250, 5 488 y 5 324
12) 5 292, 50 625, 9 504 y 13 689

B) Hallar el m.c.d. de los siguientes números por el método de descomposición en factores primos:

1) 3 025 y 3 773
2) 41 503 y 30 625

3) 14 641 y 16 807
4) 1 040 y 57 967
5) 7 007, 105 875 y 120 736
6) 7 425, 7 203 y 146 016
7) 2 240, 14 175 y 67 375
8) 7 000, 43 659 y 31 213
9) 11 560, 265 625, 2 057 y 634 933
10) 8 800, 212 625, 8 575 y 3 025
11) 27 440, 60 025, 26 411 y 40 131
12) 617 400, 198 000, 38 025 y 405 000

AUTOEXAMEN 5

Seleccione la respuesta correcta.

1) Es divisible por 3 el número:

a) 343
b) 121
c) 169
d) 520
e) 582

1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2) Es divisible por 5 el número:

a) 346
b) 728
c) 528
d) 640
e) 757

2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3) Es divisible por 7 el número:

a) 2 401
b) 169
c) 343
d) 16 807
e) 1 331

3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4) Es divisible por 11 el número:

a) 169
b) 4 913
c) 530
d) 1 331
e) 525

4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5) Es divisible por 13 el número:

a) 1 331
b) 845
c) 16 807
d) 3 125
e) 4 913

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6) Los factores primos resultantes de descomponer el número 81 675 son:

a) $3^3 \times 5 \times 11$
b) $3^4 \times 5^2$
c) $3^4 \times 7^2 \times 11$
d) $3^3 \times 5 \times 11^2$
e) $3^3 \times 5^2 \times 11^2$

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7) Los factores primos resultantes de descomponer el número 244 783 son:

a) $7 \times 11 \times 17$
b) $7 \times 11^3 \times 17$
c) $7 \times 11^2 \times 17^2$
d) $5 \times 7 \times 11^2$
e) $5^2 \times 7^2 \times 11^2$

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8) El m.c.d. de los números 81 225 y 21 609 es:

a) 7
b) 9
c) 15
d) 17
e) 13

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9) El m.c.d. de los números 51 975, 55 125 y 4 200 es:

a) 525
b) 625
c) 35
d) 105
e) 115

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10) El m.c.d. de los números 3 780, 1 800, 17 820 y 9 360 es:

a) 160
b) 180
c) 90
d) 200
e) 220

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. Fracciones o quebrados

6.1. Fracción

Se denomina **fracción** o **quebrado** a una o varias partes de la unidad dividida en un número cualquiera de partes iguales.

Ejemplos:

$$\frac{1}{5}\ ;\ \frac{4}{9}\ ;\ \frac{7}{15}$$

6.2. Términos de un quebrado

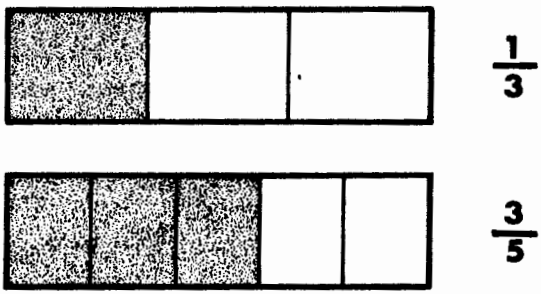
El término superior recibe el nombre de **numerador** y el inferior **denominador.**

Ejemplo:

$$\frac{4}{5}\ \begin{matrix}\text{numerador}\\ \text{denominador}\end{matrix}$$

El denominador significa el número de partes en que ha sido dividida la unidad y el numerador el número de partes de la misma comprendidas por el quebrado.

Ejemplos:



6.3. Lectura de un quebrado

Para efectuar la lectura se enuncia primero el numerador y luego el denominadór, a este último se le da la terminación **avo,** excepto los números menores de 8, el número 9 y el número 10 y sus potencias.

Ejemplos:

$\frac{5}{8}$ Se lee cinco octavos.

$\frac{4}{15}$ Se lee cuatro quinceavos.

Excepciones:

$\frac{1}{2}$ Se lee un medio.

$\frac{2}{3}$ Se lee dos tercios.

$\frac{1}{4}$ Se lee un cuarto.

$\frac{3}{5}$ Se lee tres quintos.

$\frac{1}{6}$ Se lee un sexto.

$\frac{2}{7}$ Se lee dos séptimos.

$\frac{5}{9}$ Se lee cinco novenos.

$\frac{7}{10}$ Se lee siete décimas.

$\frac{3}{100}$ Se lee tres centésimas.

$\frac{3}{1000}$ Se lee tres milésimas.

6.4. Clasificación de los quebrados

Los quebrados se clasifican en:

a) propios
b) impropios

6.4.1. Quebrados propios

Un quebrado es **propio** si su numerador es menor que el denominador.

c) Si multiplicamos o dividimos los dos términos de un quebrado por el mismo número, no se altera el valor del quebrado.

Ejemplo:

$$\frac{5 \times 2}{7 \times 2} = \frac{10}{14}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{10}{14}$$

d) Si multiplicamos o dividimos el numerador de un quebrado por un número cualquiera, el quebrado quedará multiplicado o dividido por ese mismo número.

Ejemplos:

1) $\frac{5}{7}$; multiplicamos el numerador por 3: $\frac{5 \times 3}{7} = \frac{15}{7}$

El quebrado $\frac{15}{7}$ es 3 veces mayor que el quebrado $\frac{5}{7}$.

2) $\frac{5}{7}$; dividimos el numerador por 3: $\frac{5 \div 3}{7} = \frac{5/3}{7} = \frac{5}{21}$

El quebrado $\frac{5}{21}$ es 3 veces menor que el quebrado $\frac{5}{7}$.

e) Si multiplicamos o dividimos el denominador de un quebrado por un número cualquiera, el quebrado quedará dividido o multiplicado por ese mismo número.

Ejemplos:

1) $\frac{3}{7}$; multiplicamos el denominador por 2: $\frac{3}{7 \times 2} = \frac{3}{14}$

El quebrado $\frac{3}{14}$ es dos veces menor que el quebrado $\frac{3}{7}$.

2) $\frac{3}{7}$; dividimos el denominador por 2: $\frac{3}{7 \div 2} = \frac{3}{\frac{7}{2}} = \frac{6}{7}$

El quebrado $\frac{6}{7}$ es dos veces mayor que el quebrado $\frac{3}{7}$.

NOTA: el lector debe entender claramente que la operación de multiplicar o dividir el numerador de un quebrado por una determinada cantidad, implica que se efectúa la misma operación en el quebrado, mientras que si estas operaciones se efectúan en el denominador, el quebrado se ve afectado por la operación contraria, o sea, si multiplicamos el denominador por una cantidad el quebrado resulta dividido por la misma y si dividimos el denominador por una cantidad el quebrado queda automáticamente multiplicado por ella.

Ejemplos:

$$\frac{3}{5}\ ;\ \frac{7}{8}\ ;\ \frac{4}{9}$$

6.4.2. Quebrados impropios

Un quebrado es **impropio** si el numerador es mayor que el denominador, en este caso el quebrado es mayor que la unidad.

Ejemplos:

$$\frac{7}{5}\ ;\ \frac{9}{4}\ ;\ \frac{12}{7}$$

6.5. Número mixto

Un número es **mixto** si se encuentra unido a un quebrado.

Ejemplos:

$$5\ \frac{3}{5}\ ; \qquad 6\ \frac{2}{7}$$

6.6. Principales características de los quebrados

Entre las principales características podemos señalar que:

a) Si tenemos dos quebrados con el mismo numerador, el quebrado con menor denominador es el mayor.

Ejemplo:

$$\frac{3}{7} > \frac{3}{13}$$

b) Si tenemos dos quebrados con el mismo denominador, el que tiene mayor numerador es el mayor.

Ejemplo:

$$\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$$

6.7. Transformaciones de los números fraccionarios

6.7.1. Transformación de un quebrado en un decimal

Para transformar un quebrado en un decimal se divide el numerador entre el denominador:

Ejemplos:

$$\frac{1}{4} = 0.25 \quad \frac{1}{2} = 0.5 \quad \frac{7}{10} = 0.7 \quad \frac{2}{7} = 0.2857$$

6.7.2. Transformación de un decimal en quebrado

Para transformar un decimal en quebrado, se lleva el decimal a entero multiplicando por 10, 100, 1 000, etc., y se le divide entre éste mismo número.

Ejemplos:

$$0.45 = \frac{45}{100} \qquad 0.271 = \frac{271}{1000}$$

6.7.3. Transformación de un número entero en quebrado impropio

Si queremos transformar un número entero a una forma fraccionaria cualquiera, por ejemplo, a séptimos, multiplicamos el entero por la unidad puesta en forma de séptimos $\left(\frac{7}{7}\right)$.

Ejemplo:

5 enteros. a sept

$$5 \times \frac{7}{7} = \frac{35}{7}$$

6.7.4. Transformación de un número mixto en quebrado impropio

Para transformar un número mixto en quebrado impropio multiplicamos el número entero por el denominador del quebrado y le sumamos el numerador; a esta suma se le pone como denominador el del quebrado.

Ejemplo:

$$4\ \frac{2}{5}$$ Número mixto.

$$4 \times 5 = 20 + 2 = 22$$

$$\frac{22}{5}$$ Quebrado impropio.

6.7.5. Transformación de un quebrado impropio en número mixto

Para transformar un quebrado impropio en un número mixto se divide el numerador por el denominador, el cociente nos dará el entero, el resto será el numerador y el divisor se convertirá en el denominador.

Ejemplo: $\frac{425}{31}$

425	31	denominador
31	13	entero
115		
93		
22		numerador

El número mixto será: $13\ \frac{22}{31}$

6.8. Simplificación de quebrados

La simplificación de quebrados tiene por objeto poder representar el mismo en términos menores.

Para simplificar un quebrado se dividen el numerador y el denominador por el mismo número. Esta operación puede repetirse hasta hacer el quebrado irreducible, es decir, cuando ambos términos son primos entre sí.

Ejemplo:

El quebrado $\frac{24}{36}$

Podemos simplificarlo dividiendo ambos términos por 3.

Nos queda: $\frac{8}{12}$

Seguimos simplificando dividiendo ambos términos por 2.

Nos queda: $\frac{4}{6}$

Volveremos a dividir ambos términos por 2.

Nos queda: $\frac{2}{3}$

Este quebrado es irreducible ya que no podemos continuar simplificando por ser ambos números (2 y 3) primos entre sí.

Ejercicio 34

Transforme los siguientes quebrados a decimales:

1) $\frac{3}{5}$
2) $\frac{4}{3}$
3) $\frac{9}{13}$
4) $\frac{2}{5}$
5) $\frac{6}{7}$
6) $\frac{45}{2}$
7) $\frac{3}{13}$
8) $\frac{5}{7}$
9) $\frac{1}{9}$
10) $\frac{6}{19}$
11) $\frac{8}{15}$
12) $\frac{7}{12}$
13) $\frac{21}{22}$
14) $\frac{9}{16}$
15) $\frac{1}{4}$

Ejercicio 35

Transforme los siguientes decimales a quebrados:

1) 0.5
2) 0.82
3) 0.115
4) 0.4
5) 0.75
6) 0.8227
7) 0.25
8) 0.45
9) 0.35
10) 0.1

Ejercicio 36

A) Transforme los siguientes enteros a quebrados impropios en la forma que se indica:

1) 3 enteros a quintos.
2) 9 enteros a cuartos.
3) 15 enteros a sextos.
4) 22 enteros a medios.
5) 6 enteros a tercios.
6) 4 enteros a novenos.
7) 13 enteros de décimos.
8) 16 enteros a séptimos.
9) 9 enteros a octavos.
10) 19 enteros a doceavos.

B) Transforme los siguientes números mixtos en quebrados impropios:

1) $1\ \frac{5}{6}$
2) $7\ \frac{2}{3}$
3) $6\ \frac{2}{7}$
4) $7\ \frac{3}{4}$
5) $8\ \frac{1}{5}$
6) $1\ \frac{1}{4}$
7) $2\ \frac{1}{2}$
8) $9\ \frac{3}{4}$
9) $5\ \frac{2}{11}$
10) $12\ \frac{4}{13}$

C) Transforme los siguientes quebrados impropios en números mixtos:

1) $\frac{9}{4}$ 6) $\frac{13}{4}$

2) $\frac{11}{3}$ 7) $\frac{17}{7}$

3) $\frac{12}{5}$ 8) $\frac{19}{4}$

4) $\frac{43}{8}$ 9) $\frac{21}{5}$

5) $\frac{25}{2}$ 10) $\frac{14}{3}$

Ejercicio 37

Simplifique los siguientes quebrados:

1) $\frac{3}{12}$ 6) $\frac{27}{81}$

2) $\frac{4}{24}$ 7) $\frac{34}{64}$

3) $\frac{5}{45}$ 8) $\frac{15}{60}$

4) $\frac{10}{30}$ 9) $\frac{14}{49}$

5) $\frac{12}{44}$ 10) $\frac{33}{121}$

6.9. Reducción de quebrados a un común denominador

Si queremos reducir varios quebrados a un común denominador, debemos multiplicar los dos términos de cada uno por el producto de los denominadores de los demás quebrados.

Ejemplo:

Tenemos los quebrados $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$ y $\frac{4}{7}$

De acuerdo con la regla:

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 5 \times 7}{4 \times 5 \times 7} = \frac{35}{140}$$
$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times 4 \times 7}{5 \times 4 \times 7} = \frac{56}{140}$$
$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5 \times 4}{7 \times 5 \times 4} = \frac{80}{140}$$

Esta reducción a un común denominador nos permite compararlos con mayor facilidad.

6.10. Cálculo del mínimo común múltiplo (m.c.m.)

En las operaciones con quebrados es necesario saber determinar el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de varios números. Para ello se procede de la siguiente forma:

a) se descomponen los números en sus factores primos.

b) se multiplican los factores primos comunes y no comunes afectados por su mayor exponente.

c) el producto anterior será el mínimo común múltiplo.

Ejemplo:

Tenemos los números 35, 42, 16 y 27.

Determinamos los factores primos de cada número:

$35 = 5 \cdot 7$
$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$
$16 = 2^4$
$27 = 3^3$

Hallamos ahora el producto de los factores primos comunes y no comunes afectados por su mayor exponente.

m.c.m. $= 2^4 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 7$
m.c.m. $= 15\,120$

6.11. Reducción de quebrados al mínimo común denominador

Si queremos reducir varios quebrados al mínimo común denominador debemos:

a) Reducirlos previamente a su expresión más simple mediante la simplificación.

b) Calcular el mínimo común múltiplo (m.c.m.) de los denominadores.
c) Dividimos el mínimo común múltiplo (m.c.m.) por el denominador de cada quebrado.
d) Multiplicamos los dos términos del quebrado por el cociente obtenido.

Ejemplo:

Tenemos los quebrados: $\frac{4}{10}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{9}{16}$ y $\frac{6}{20}$.

Reducimos los quebrados $\frac{4}{10}$ y $\frac{6}{20}$ a su más simple expresión pues los otros ya están en su expresión más simple.

$$\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$
$$\frac{6}{20} = \frac{3}{10} \quad \text{nos queda: } \frac{2}{5} ; \frac{3}{7} ; \frac{9}{16} \text{ y } \frac{3}{10}$$

Calculamos el m.c.m. de los denominadores.

$$5 = 5$$
$$7 = 7$$
$$16 = 2^4$$
$$10 = 2 \cdot 5$$

$$\text{m.c.m.} = 2^4 \cdot 5 \cdot 7 = 560$$

Dividimos el m.c.m. por cada denominador:

$$560 \div 5 = 112$$
$$560 \div 7 = 80$$
$$560 \div 16 = 35$$
$$560 \div 10 = 56$$

Multiplicamos los dos términos del quebrado por el cociente obtenido:

$$\frac{2 \times 112}{5 \times 112} = \frac{224}{560}$$
$$\frac{3 \times 80}{7 \times 80} = \frac{240}{560}$$
$$\frac{9 \times 35}{16 \times 35} = \frac{315}{560}$$
$$\frac{3 \times 56}{10 \times 56} = \frac{168}{560}$$

De esta forma todos los quebrados han quedado reducidos a un mínimo común denominador.

Ejercicio 38

Reducir los siguientes quebrados a un común denominador:

1) $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$ y $\frac{25}{30}$

2) $\frac{2}{7}$, $\frac{6}{7}$ y $\frac{42}{75}$

3) $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{11}$ y $\frac{9}{13}$

4) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$ y $\frac{2}{10}$

5) $\frac{1}{4}$, $\frac{16}{24}$ y $\frac{27}{30}$

6) $\frac{4}{5}$, $\frac{11}{17}$ y $\frac{3}{8}$

Ejercicio 39

Determine el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

1) 15 y 82
2) 10, 25 y 37
3) 42, 110 y 9
4) 44, 121 y 143
5) 1 715, 2 975 y 648
6) 45, 75 y 60
7) 80, 114 y 7
8) 26, 15 y 49
9) 15, 63 y 539
10) 75, 147 y 14
11) 400, 750, 360 y 22
12) 15, 16, 27 y 675

Ejercicio 40

Reducir los siguientes quebrados al mínimo común denominador:

1) $\frac{1}{8}$ y $\frac{3}{5}$

2) $\frac{3}{8}$ y $\frac{4}{9}$

3) $\frac{7}{11}$ y $\frac{4}{8}$

4) $\frac{9}{27}$ y $\frac{16}{64}$

5) $\frac{21}{49}$, $\frac{6}{24}$ y $\frac{11}{13}$

6) $\frac{26}{169}$, $\frac{28}{49}$ y $\frac{1}{3}$

7) $\frac{7}{11}$, $\frac{33}{44}$ y $\frac{24}{30}$

8) $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{12}$ y $\frac{3}{8}$

9) $\frac{1}{4}$, $\frac{20}{40}$ y $\frac{15}{75}$

10) $\frac{4}{24}$, $\frac{26}{39}$ y $\frac{34}{51}$

11) $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{25}$, $\frac{6}{100}$ y $\frac{40}{80}$

12) $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{126}$ y $\frac{6}{18}$

AUTOEXAMEN 6

Seleccione la respuesta correcta en cada caso.

1) Al transformar el quebrado $\frac{4}{5}$ a decimal obtenemos como resultado:

a) 0.6
b) 0.8
c) 0.5
d) 1.8
e) 1.5

1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2) Al transformar 0.35 a quebrado obtenemos como resultado:

a) $\frac{4}{20}$
b) $\frac{7}{5}$
c) $\frac{3}{5}$
d) $\frac{5}{20}$
e) $\frac{7}{20}$

2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3) Si queremos transformar 17 enteros en cuartos para formar un quebrado impropio obtenemos:

a) $\frac{68}{17}$
b) $\frac{78}{17}$
c) $\frac{58}{17}$
d) $\frac{48}{17}$
e) $\frac{34}{17}$

3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4) El número mixto $11\frac{2}{5}$ se expresa en forma de quebrado impropio como:

a) $\frac{37}{5}$
b) $\frac{47}{5}$

c) $\frac{57}{5}$

d) $\frac{67}{5}$

e) $\frac{77}{5}$

4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5) El resultado de transformar el quebrado impropio $\frac{23}{5}$ en un número mixto es:

a) $4\ \frac{2}{5}$

b) $3\ \frac{3}{5}$

c) $5\ \frac{2}{5}$

d) $1\ \frac{2}{5}$

e) $4\ \frac{3}{5}$

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6) El resultado de simplificar el quebrado $\frac{54}{162}$ es:

a) $\frac{3}{4}$

b) $\frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{3}$

d) $\frac{5}{7}$

e) $\frac{6}{11}$

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7) Al reducir los quebrados $\frac{1}{5}$; $\frac{3}{22}$ y $\frac{5}{8}$ a un común denominador obtenemos:

a) $\frac{176}{880}$, $\frac{120}{880}$ y $\frac{550}{880}$

b) $\frac{156}{880}$, $\frac{100}{880}$ y $\frac{500}{880}$

c) $\frac{1}{880}$, $\frac{3}{880}$ y $\frac{5}{880}$

d) $\frac{176}{5}$, $\frac{120}{22}$ y $\frac{550}{8}$

e) $\frac{1}{22}$, $\frac{3}{22}$ y $\frac{5}{22}$

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8) El mínimo común múltiplo de los números 1400, 3969 y 1215 es:

a) 228 000
b) 1 381 400
c) 3 381 000
d) 2 381 400
e) 550 400

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9) Al reducir los quebrados $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{7}$ y $\frac{3}{112}$ al mínimo común denominador quedan como:

a) $\frac{14}{224}$, $\frac{32}{224}$ y $\frac{3}{224}$

b) $\frac{1}{112}$, $\frac{2}{112}$ y $\frac{3}{112}$

c) $\frac{1}{56}$, $\frac{2}{56}$ y $\frac{3}{56}$

d) $\frac{14}{112}$, $\frac{32}{112}$ y $\frac{3}{112}$

e) $\frac{14}{56}$, $\frac{32}{56}$ y $\frac{3}{56}$

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10) Al reducir los quebrados $\frac{3}{11}$; $\frac{7}{44}$ y $\frac{1}{2}$ al mínimo común denominador quedan como:

a) $\frac{3}{44}$, $\frac{7}{44}$ y $\frac{1}{44}$

b) $\frac{12}{44}$, $\frac{7}{44}$ y $\frac{22}{44}$

c) $\frac{12}{88}$, $\frac{7}{88}$ y $\frac{22}{88}$

d) $\frac{3}{88}$, $\frac{7}{88}$ y $\frac{1}{88}$

e) $\frac{12}{176}$, $\frac{7}{176}$ y $\frac{22}{176}$

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Operaciones y problemas con quebrados

7.1. Suma de quebrados

En la suma de quebrados encontramos cuatro posibles situaciones:
a) Suma de quebrados de igual denominador.
b) Suma de quebrados de diferente denominador.
c) Suma de quebrados en la que aparezcan números enteros.
d) Suma de quebrados en la que aparezcan números mixtos.

7.1.1. Suma de quebrados de igual denominador

Para sumar quebrados de igual denominador se suman los numeradores y se parten por el denominador común. Se simplifica el resultado obtenido y si resultare un quebrado impropio se hallan los enteros.

Ejemplos:

1) Sumar: $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5}$

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{1 + 2 + 1}{5} = \frac{4}{5}$$

Sumando los numeradores y partiéndolos por el denominador común.

2) Sumar: $\frac{1}{8} + \frac{3}{8}$

$$\frac{1}{8} + \frac{3}{8} = \frac{1 + 3}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

Sumando numeradores y partiéndolos por el denominador común. Después se simplifica el resultado obtenido.

3) Sumar: $\frac{2}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{4}{6}$

$$\frac{2}{6} + \frac{4}{6} + \frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{2 + 4 + 5 + 4}{6} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2} = 2\,\frac{1}{2}$$

Después de sumar los numeradores y partirlos por el denominador común, se simplificó el resultado obtenido y se hallaron los enteros.

7.1.2. Suma de quebrados de diferente denominador

Para sumar quebrados de diferente denominador se simplifican los quebrados dados (si es posible), se reducen al mínimo común denominador y se procede de igual forma que en el caso anterior.

Ejemplos:

1) Sumar $\frac{1}{3} + \frac{3}{8}$

$$\frac{1}{3} + \frac{3}{8} = \frac{8 + 9}{24} = \frac{17}{24}$$

Los quebrados dados son irreducibles por lo que determinamos el m.c.m. de los denominadores (m.c.m. $3 \cdot 8 = 24$), lo dividimos por cada denominador ($24 \div 3 = 8$ y $24 \div 8 = 3$), y el resultado lo multiplicamos por el numerador correspondiente ($8 \times 1 = 8$ y $3 \times 3 = 9$). Efectuamos la suma que queda partida por el denominador común. El quebrado obtenido es irreducible y propio por lo que es el resultado final.

2) Sumar $\frac{3}{12} + \frac{25}{30} + \frac{16}{20}$

Simplificamos los quebrados dados.

$$\frac{1}{4} + \frac{5}{6} + \frac{4}{5} = \frac{15 + 50 + 48}{60} = \frac{113}{60} = 1\ \frac{53}{60}$$

El m.c.m. de 4, 6 y 5 es 60; lo dividimos entre cada denominador ($60 \div 4 = 15$, $60 \div 6 = 10$ y $60 \div 5 = 12$), estos resultados los multiplicamos por los numeradores respectivos ($15 \times 1 = 15$, $10 \times 5 = 50$ y $12 \times 4 = 48$). Efectuamos la suma que queda partida por el denominador común. El resultado obtenido es irreducible, pero se trata de un quebrado impropio, por lo que hallamos los enteros.

7.1.3. Suma de quebrados en los que aparecen números enteros

Para sumar quebrados y enteros lo más cómodo es partir estos últimos por la unidad y sumarlos como si fueran un quebrado.

Ejemplo:

Sumar $\frac{1}{5} + 5 + \frac{2}{6}$

Se parte el entero por la unidad y se procede como en los casos anteriores.

$$\frac{1}{5} + \frac{5}{1} + \frac{2}{6} = \frac{6 + 150 + 10}{30} = \frac{166}{30} = \frac{83}{15} = 5\ \frac{8}{15}$$

El resultado es $5\ \frac{8}{15}$

7.1.4. Suma de quebrados en los que aparecen números mixtos

Cuando aparecen números mixtos en una suma de quebrados podemos convertirlos en quebrados impropios y proceder como en los casos anteriores.

Ejemplo:

Sumar $3\ \frac{1}{5} + \frac{1}{8} + 1\ \frac{3}{20}$

Convertimos los números mixtos en quebrados impropios:

$$3\ \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$$

$$1\ \frac{3}{20} = \frac{23}{20}$$

Ahora efectuamos la suma:

$$\frac{16}{5} + \frac{1}{8} + \frac{23}{20} = \frac{128 + 5 + 46}{40} = \frac{179}{40} = 4\ \frac{19}{40}$$

El resultado es: $4\ \frac{19}{40}$

7.2. Resta de quebrados

Para efectuar una resta de quebrados debe existir un denominador común y se restan los numeradores. Existe una gran similitud con la suma, por lo que las reglas anteriores relativas a operaciones con diferente denominador, enteros y números mixtos son válidas en el caso de la resta.

Ejemplos:

1) Restar $\frac{2}{5} - \frac{1}{7}$

$$\frac{2}{5} - \frac{1}{7} = \frac{14 - 5}{35} = \frac{9}{35}$$

Se determina el m.c.m. de los denominadores (m.c.m. (5,7) = 35) y se divide entre cada denominador (35 ÷ 5 = 7 y 35 ÷ 7 = 5) y este resultado se multiplica por el respectivo numerador (7 × 2 = 14 y 5 × 1 = 5). Efectuamos la resta que queda partida por el denominador común y obtenemos un resultado (9/35) que por ser irreducible y propio queda como resultado final.

2) Restar

$$5 - 2\frac{1}{4} - \frac{3}{22}$$

Convertimos el número mixto en quebrado impropio $2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$, el entero lo partimos por la unidad (5/1) y efectuamos la resta:

$$\frac{5}{1} - \frac{9}{4} - \frac{3}{22} = \frac{220 - 99 - 6}{44} = \frac{115}{44} = 2\frac{27}{44}$$

El resultado es: $2\frac{27}{44}$

7.3. Suma y resta combinadas

Las operaciones de sumar y restar quebrados pueden realizarse en forma combinada siguiendo las mismas reglas aprendidas en los epígrafes anteriores.

Ejemplos:

1) Realizar las operaciones que se indican:

$$\frac{4}{8} + 1\frac{1}{5} - \frac{22}{98}$$

Simplificando y convirtiendo el número mixto en quebrado impropio tenemos:

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{5} - \frac{11}{49} = \frac{245 + 98 - 110}{490} = \frac{233}{490}$$

El resultado es: $\frac{233}{490}$

2) Realizar las operaciones que se indican.

$$2\frac{3}{8} - \frac{3}{9} + \frac{14}{72}$$

Pasamos el número mixto a quebrado impropio y simplificamos los otros quebrados.

$$\frac{19}{8} - \frac{1}{3} + \frac{7}{36} = \frac{171 - 24 + 14}{72} = \frac{161}{72} = 2\,\frac{17}{72}$$

El resultado es: $2\frac{17}{72}$

Ejercicio 41

Realizar las sumas que se indican:

1) $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{2}{6}$

2) $\frac{2}{7} + 1\,\frac{2}{5} + \frac{1}{6}$

3) $1\,\frac{2}{3} + 2\,\frac{3}{5}$

4) $2 + 2\,\frac{1}{2} + \frac{3}{5}$

5) $\frac{7}{8} + \frac{9}{11} + 2$

6) $\frac{4}{5} + \frac{3}{7} + \frac{1}{10}$

7) $5 + \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

8) $1\,\frac{2}{5} + 2 + \frac{6}{7}$

9) $4\,\frac{2}{3} + 2 + 1\,\frac{3}{5}$

10) $3\,\frac{1}{3} + \frac{4}{9} + \frac{2}{15}$

11) $4\,\frac{2}{3} + \frac{9}{16} + \frac{1}{4}$

12) $5\,\frac{3}{5} + 2 + 1\,\frac{1}{4}$

Ejercicio 42

Realizar las restas que se indican:

1) $\frac{6}{7} - \frac{3}{8}$

2) $1\,\frac{2}{5} - \frac{6}{7}$

3) $2 - \frac{1}{4}$

4) $1\,\frac{1}{3} - \frac{5}{7}$

5) $\frac{9}{16} - \frac{2}{5}$

6) $2\,\frac{3}{5} - 1\,\frac{6}{7}$

7) $3\,\frac{9}{11} - 1\,\frac{1}{4}$

8) $\frac{7}{9} - \frac{1}{4}$

9) $2\,\frac{1}{3} - 1\,\frac{1}{4}$

10) $5\,\frac{3}{4} - \frac{8}{9}$.

Ejercicio 43

Realizar las operaciones que se indican:

1) $\frac{1}{5} + \frac{2}{7} - \frac{6}{35}$

2) $\frac{3}{4} - \frac{2}{6} + \frac{1}{5}$

3) $1 - \frac{1}{3} + \frac{7}{8}$

4) $1\,\frac{1}{3} - \frac{6}{7} + \frac{2}{3}$

5) $2\,\frac{1}{4} - 1 - \frac{1}{3}$

6) $3\,\frac{1}{3} + 1\,\frac{1}{2} - 2$

7) $4\,\frac{2}{11} - 2\,\frac{2}{3} + \frac{8}{44}$

8) $2 + 1\,\frac{14}{21} - 1\,\frac{26}{52}$

9) $3\,\frac{7}{21} + 4\,\frac{25}{35} - 6\,\frac{1}{3}$

10) $4 + 1\,\frac{11}{121} - \frac{32}{40}$

7.4. Multiplicación de quebrados

Para multiplicar quebrados se multiplican entre sí los numeradores y el producto resultante se parte por el producto de los denominadores. El resultado se simplifica (si se puede) y se hallan los enteros (si los hay). En el caso de los números mixtos resulta cómodo convertirlos en quebrados impropios y con los enteros se procede a partirlos por la unidad, tal y como hemos hecho en la suma y la resta.

Ejemplos:

1) Multiplicar $\frac{2}{3} \times \frac{5}{7}$

$$\frac{2}{3} \times \frac{5}{7} = \frac{10}{21}$$

El resultado es: $\frac{10}{21}$

2) Multiplicar $5 \times \frac{3}{4} \times \frac{26}{39}$

Simplificamos el quebrado $\frac{26}{39}$ y queda $\frac{2}{3}$ (lo dividimos por 13)

$$\frac{5}{1} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{30}{12} = \frac{5}{2} = 2\ \frac{1}{2}$$

El resultado es: $2\frac{1}{2}$

3) Multiplicar:

$$1\ \frac{3}{5} \times 2\ \frac{2}{9} \times \frac{4}{5} \times 2$$

Convertimos los números mixtos en quebrados impropios.

$$\frac{8}{5} \times \frac{20}{9} \times \frac{4}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{1280}{225} = \frac{256}{45} = 5\ \frac{31}{45}$$

7.5. División de quebrados

Para dividir un quebrado por otro se multiplica el dividendo por el divisor invertido. Luego se simplifica el resultado (si es posible) y se hallan los enteros (si los hay). Como en la multiplicación y las otras operaciones resulta cómodo convertir los números mixtos en quebrados impropios y partir por la unidad a los enteros.

Ejemplos:

1) Dividir $\frac{6}{7} \div \frac{2}{5}$

$$\frac{6}{7} \times \frac{5}{2} = \frac{30}{14} = \frac{15}{7} = 2\ \frac{1}{7}$$

El resultado es: $2\ \frac{1}{7}$

2) Dividir $\frac{5}{8} \div \frac{9}{10}$

$$\frac{5}{8} \times \frac{10}{9} = \frac{50}{72} = \frac{25}{36}$$

El resultado es: $\frac{25}{36}$

7.6. Fracción compleja

Se denomina **fracción compleja** a la que tiene como numerador o denominador, o en ambos, un quebrado.

Ejemplos:

$$\frac{\frac{1}{5}}{7}\ ;\ \frac{5}{\frac{4}{7}}\ \text{y}\ \frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{4}}$$

Si se desea reducir la fracción compleja a simple se divide el numerador entre el denominador.

Ejemplos:

1) Reducir a simple la fracción compleja $\dfrac{\frac{1}{5}}{7}$

$$\frac{\frac{1}{5}}{7} = \frac{1}{5} \div 7 = \frac{1}{5} \div \frac{7}{1} = \frac{1}{5} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{35}$$

La fracción simple es: $\dfrac{1}{35}$

2) Reducir a simple la fracción compleja $\dfrac{5}{\frac{4}{7}}$

$$\frac{5}{\frac{4}{7}} = 5 \div \frac{4}{7} = \frac{5}{1} \div \frac{4}{7} = \frac{5}{1} \times \frac{7}{4} = \frac{35}{4} = 8\,\frac{3}{4}$$

La fracción simple es: $8\ \dfrac{3}{4}$

3) Reducir a simple la fracción compleja $\dfrac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{4}}$

$$\frac{\frac{2}{7}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{7} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{8}{21}$$

La fracción simple es: $\dfrac{8}{21}$

Cuando en el numerador o denominador de la fracción compleja existen operaciones indicadas, éstas deben realizarse hasta quedar convertidos el numerador y el denominador en un solo quebrado. Luego se divide el numerador entre el denominador.

Ejemplos:

1) Simplificar la siguiente compleja $\dfrac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{5}}$

Se realiza primero la operación indicada en el numerador y luego se divide el numerador entre el denominador:

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{3+2}{6}}{\frac{2}{5}} = \frac{\frac{5}{6}}{\frac{2}{5}} = \frac{5}{6} \div \frac{2}{5} = \frac{5}{6} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{12} = 2\,\frac{1}{12}$$

El resultado es: $2\,\frac{1}{12}$

2) Simplificar la siguiente compleja $\dfrac{\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{4}\right)\frac{3}{5}}{\frac{6}{7} - \frac{1}{2}}$

Es necesario realizar primero las operaciones que se indican en el numerador y denominador:

$$\frac{\left(\frac{2}{7} + \frac{1}{4}\right)\frac{3}{5}}{\frac{6}{7} - \frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{8+7}{28}\right)\frac{3}{5}}{\frac{12-7}{14}} = \frac{\left(\frac{15}{28}\right)\frac{3}{5}}{\frac{5}{14}} = \frac{\frac{45}{140}}{\frac{5}{14}} =$$

$$= \frac{\frac{9}{28}}{\frac{5}{14}} = \frac{9}{28} \div \frac{5}{14} = \frac{9}{\cancel{28}\,2} \times \frac{\overset{1}{\cancel{14}}}{5} = \frac{9}{10}$$

El resultado es: $\frac{9}{10}$

Nótese que en el numerador se efectuó primero la suma indicada dentro del paréntesis y luego el producto, después se simplificó (dividiendo por 5) el

quebrado obtenido. En el denominador se efectuó la resta indicada. Por último se dividió el quebrado resultante en el numerador entre el del denominador.

3) Simplificar la siguiente compleja: $\dfrac{\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{6}{7}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}\times\frac{6}{14}\right)}$

Se realizan primero las operaciones indicadas en el numerador y denominador:

$$\frac{\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{3}{4}-\frac{1}{6}\right)}{\left(\frac{6}{7}\times\frac{1}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}\times\frac{6}{14}\right)} = \frac{\left(\frac{3+10}{15}\right) \div \left(\frac{9-2}{12}\right)}{\frac{6}{28}+\frac{6}{56}} =$$

$$= \frac{\frac{13}{15} \div \frac{7}{12}}{\frac{12+6}{56}} = \frac{\frac{13}{15}\times\frac{12}{7}}{\frac{18}{56}} = \frac{\frac{156}{105}}{\frac{18}{56}} = \frac{156}{105} \div \frac{18}{56} =$$

$$= \frac{\overset{52}{\cancel{156}}}{\underset{15}{\cancel{105}}} \times \frac{\overset{4}{\cancel{28}}}{\underset{3}{\cancel{18}}} = \frac{208}{45} = 4\ \frac{28}{45}$$

El resultado es: $4\ \frac{28}{45}$

Ejercicio 44

Realizar las multiplicaciones que se indican:

1) $\frac{1}{4}\times\frac{7}{9}$

2) $1\ \frac{2}{5}\times\frac{3}{7}$

3) $1\ \frac{6}{7}\times 3\ \frac{2}{9}$

4) $5\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{7}$

5) $1\ \frac{4}{5}\times 6\times\frac{1}{4}$

6) $\frac{3}{4}\times\frac{6}{7}\times 1\ \frac{1}{3}$

7) $\frac{1}{9}\times\frac{2}{7}\times\frac{3}{8}$

8) $1\ \frac{1}{4}\times\frac{7}{12}\times 3$

9) $4\times 5\ \frac{2}{9}\times 3\ \frac{2}{7}$

10) $\frac{3}{9}\times\frac{1}{4}\times\frac{6}{11}$

11) $1\ \frac{4}{9}\times\frac{6}{7}\times\frac{3}{4}\times 2$

12) $2\times 2\ \frac{1}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{1}{19}\times\frac{1}{17}$

Ejercicio 45

Realizar las divisiones que se indican:

1) $\frac{4}{7} \div \frac{1}{4}$

2) $1\frac{2}{7} \div \frac{2}{9}$

3) $\frac{3}{4} \div \frac{2}{5}$

4) $6 \div \frac{1}{3}$

5) $\frac{4}{5} \div 7$

6) $1\frac{3}{4} \div \frac{3}{5}$

7) $2\frac{5}{9} \div 1\frac{1}{4}$

8) $7\frac{4}{5} \div 120$

9) $2\frac{1}{7} \div 9$

10) $7 \div \frac{6}{7}$

11) $1 \div 2\frac{1}{5}$

12) $6 \div 4\frac{1}{3}$

Ejercicio 46

Simplificar:

1) $\dfrac{1}{\frac{2}{5}}$

2) $\dfrac{\frac{6}{7}}{4}$

3) $\dfrac{\frac{3}{4}}{\frac{4}{7}}$

4) $\dfrac{\frac{4}{5}}{\frac{9}{11}}$

5) $\dfrac{1\frac{2}{3}}{4}$

6) $\dfrac{5}{2\frac{6}{7}}$

7) $\dfrac{\frac{3}{4}}{7\frac{1}{5}}$

8) $\dfrac{5\frac{2}{7}}{\frac{4}{7}}$

9) $\dfrac{\frac{4}{7}}{1\frac{5}{11}}$

10) $\dfrac{5}{3\frac{1}{4}}$

11) $\dfrac{\frac{1}{4}+\frac{2}{5}}{13}$

12) $\dfrac{\frac{2}{7}+\frac{5}{21}}{\frac{1}{7}}$

13) $\dfrac{7\frac{1}{8}}{\frac{3}{4}+\frac{6}{11}}$

14) $\dfrac{7}{\frac{3}{8}\times\frac{7}{9}}$

15) $\dfrac{1\frac{1}{4}-\frac{5}{8}}{\frac{5}{8}\times\frac{11}{13}}$

16) $\dfrac{\frac{6}{7}\div\frac{5}{14}}{\frac{5}{6}\times\frac{4}{15}}$

17) $\dfrac{\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{5}\right)\frac{5}{13}}{1\frac{2}{3}\times\frac{5}{8}}$

18) $\dfrac{\left(\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\right)\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)}{1\frac{4}{5}\div\frac{9}{11}}$

19) $\dfrac{\frac{1}{3}+\left(\frac{2}{5}\times\frac{7}{8}\right)}{8\frac{1}{5}\times\frac{1}{12}}$

20) $\dfrac{\left(\frac{9}{11}\div\frac{27}{44}\right)\left(\frac{1}{5}\times\frac{6}{7}\right)}{\left(\frac{5}{8}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{4}+\frac{5}{12}\right)}$

7.7. Problemas con quebrados

Existe gran número de problemas en los que intervienen los números fraccionarios, en ellos al igual que en cualquier problema matemático hay diferentes factores que debemos tener muy en cuenta:

a) Los datos que nos suministran.
b) Las incógnitas a determinar.
c) Los pasos necesarios para encontrar la respuesta.

Es muy importante antes de resolver cualquier problema, leerlo cuidadosamente y entender claramente qué debemos determinar. Para una mejor comprensión hemos agrupado los problemas con números fraccionarios en tres tipos:

Tipo 1: en los que debemos determinar una fracción de un entero.

Ejemplo:

¿Cuáles son las 3/5 partes de 50?
Para determinar esto debemos multiplicar la fracción por el número entero:

$$\frac{3}{5}\times 50 = 30$$

Respuesta: el número 30 es las $\frac{3}{5}$ partes de 50.

Tipo 2: en este caso tenemos un número que es una determinada fracción de otro y queremos determinar este último.

Ejemplo:

¿De qué número es 25 las 4/5 partes?
Para determinar esta interrogante debemos hacer la operación inversa al caso anterior, o sea, dividir el entero por la fracción.

$$25 \div \frac{4}{5}$$

$$25 \times \frac{5}{4} = \frac{125}{4} = 31.25$$

Respuesta: el número 25 es las $\frac{4}{5}$ partes de 31.25.

Tipo 3: en este caso queremos saber qué parte de un entero es otro.

Ejemplo:

¿Qué parte de 130 es 40?
Para determinar este caso se divide el entero cuya parte queremos determinar por el otro entero.

$$\frac{40}{130} = \frac{4}{13}$$

Respuesta: el número 40 es las $\frac{4}{13}$ partes del número 130.

7.8. Problemas resueltos

1) Un detallista obtiene de ganancia neta $\frac{1}{5}$ del precio de venta. Determine cuánto ganó en una venta de $ 12.

Datos:
Ganancia: $\frac{1}{5}$ del precio de venta.

Venta = $ 12

Solución:
Se obtiene: $\frac{1}{5}$ de 12

$$\frac{1}{5} \times 12 = 2.40$$

Respuesta: la ganancia fue de $ 2.40.

2) Un joven tenía $ 120; gastó 7/12 de su dinero en un abrigo y 3/5 de lo que le quedó en camisas. ¿Cuánto le queda?

Datos:
Capital: $ 120

Gastos: $\frac{7}{12}$ del capital en un abrigo.

$\frac{3}{5}$ del resto en camisas.

Solución:
Gastó en el abrigo $\frac{7}{12}$ de $ 120.

$$\frac{7}{\cancel{12}_{1}} \times \frac{\cancel{120}^{10}}{} = 70$$

Le queda: $120 - 70 = 50$.

Gastó en camisas: $\frac{3}{5}$ de 50

$$\frac{3}{\cancel{5}_{1}} \times \frac{\cancel{50}^{10}}{} = 30$$

Capital final: $50 - 30 = \$ 20$.

Respuesta: al joven le quedan $ 20.

3) A un trabajador le descontaron $\frac{1}{22}$ de su sueldo mensual, por impuestos. Si el descuento fue de $ 40, ¿cuánto gana al mes?

Datos:
Parte del sueldo: $\frac{1}{22}$
Descuento: $ 40

Solución:
Obtenemos la cantidad de la que $ 40 es $\frac{1}{22}$

$$40 \div \frac{1}{22} = 40 \times \frac{22}{1} = \$ 880$$

Respuesta: el sueldo mensual del trabajador es $ 880.

4) Un obrero ajusta un trabajo en $ 350 y le dan $ 70 por adelantado. ¿Qué parte del precio total tiene cobrado?

Datos:
Precio total: $ 350
Adelanto: $ 70

Solución:
Calculamos qué parte de $ 350 es $ 70

$$\frac{\cancel{70}_{1}}{\cancel{350}_{5}} = \frac{1}{5}$$

Respuesta: el trabajador tiene cobrado $\frac{1}{5}$ del precio total.

5) Un almacenista compró géneros por valor de $ 12 500 y los revendió por un precio de $ 18 200. Calcule qué parte del precio de compra representan los beneficios.

Datos:
Precio de compra: $ 12 500
Precio de venta: $ 18 200

Solución:
Se calculan los beneficios.
18 200 − 12 500 = $ 5 700
Se determina la parte del precio de compra que representan los beneficios:

$$\frac{5700}{12500} = \frac{57}{125}$$

Respuesta: los beneficios representan los $\frac{57}{125}$ del precio de compra.

Ejercicio 47

Problemas propuestos.

1) Las 2/3 partes de una tubería de agua de 150 metros de largo se encuentran en mal estado. ¿Qué longitud de tubería debe comprarse para sustituir la parte dañada?
2) Juan tiene $ 180.00, su hermano Pedro 1/4 del dinero de Juan y su hermana Mercedes 1/3 del dinero de Pedro. ¿Cuánto tienen entre los tres?
3) Debemos hacer un recorrido de 800 Km, las 3/4 partes del mismo las haremos en avión, 2/5 de lo que nos falta en tren y el resto en automóvil. ¿Qué distancia recorremos en cada medio de transporte?
4) Una muchacha tiene pagado $ 700.00 de su equipo de sonido, lo que representa las 4/5 partes del precio total del mismo. ¿Cuánto costó el equipo?
5) Un ganadero propuso en un mercado la venta de 500 reses; un comprador adquirió 2/5 partes de las mismas y otro 1/4 del total. ¿Cuántas reses le quedaron?
6) Un trabajador tiene pagado $ 12 000.00 por una vivienda cuyo precio total es de $ 40 000.00. ¿Qué parte de la misma es suya?
7) Una fábrica con una plantilla de 1 500 trabajadores ha dejado fuera a 300. ¿En cuánto se ha reducido la plantilla?
8) Un vendedor de autos vende en $ 3 550.00 un auto que le había costado $ 2 200.00. Determine qué parte del precio de venta resultan los beneficios. Calcule también qué parte del precio de compra resultan los beneficios.
9) Un detallista vendió una camisa en $ 18 con una ganancia de 4/9 del precio de venta. ¿Cuál fue el costo de la camisa?
10) Una persona compró un automóvil en $ 2 200 y lo vendió ganando 3/11 del costo. ¿Cuál fue el precio de venta?
11) Un campesino posee una finca de 200 hectáreas, dedica a cultivos 3/20, a pastos 7/10 y el resto la vende a $ 300 la hectárea. Hallar las superficies de las partes dedicadas a cultivos y pastos y el precio de venta.

12) Un comerciante compró mercancías por valor de $ 840 y las vendió por los 5/7 del precio de compra. ¿Cuánto perdió?
13) Una secretaria ha mecanografiado 75 páginas de un trabajo literario. Si lo realizado representa las 3/5 del total, ¿qué extensión tiene el trabajo?
14) Un hombre paga de renta mensual por su vivienda 1/3 de su salario. Si el monto de la renta es $ 200, ¿cuánto gana el hombre?
15) Un ganadero posee 800 reses; vende las 2/5 partes y regala a sus hijos las 7/10 partes de lo que le queda. ¿Cuántas reses posee al final?

AUTOEXAMEN 7

Seleccione la respuesta correcta.

1. El resultado de sumar los quebrados $\frac{1}{4} + \frac{7}{15} + \frac{5}{12}$ es:

   a) $\frac{2}{15}$

   b) $1\frac{2}{15}$

   c) $2\frac{2}{15}$

   d) $3\frac{2}{7}$

   e) $1\frac{7}{15}$

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. Al restar $\frac{4}{7} - \frac{3}{28}$ se obtiene como resultado:

   a) $\frac{3}{5}$

   b) $\frac{7}{23}$

   c) $\frac{5}{28}$

   d) $\frac{3}{28}$

   e) $\frac{13}{28}$

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. El resultado del producto de $1\frac{1}{5} \times \frac{7}{8} \times \frac{1}{7}$ es:

   a) $\frac{5}{20}$

   b) $\frac{7}{20}$

c) $\frac{20}{21}$

d) $\frac{3}{20}$

e) $\frac{19}{21}$

3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. La operación $1\frac{3}{4} \div 5$ da como resultado:

a) $\frac{1}{4}$

b) $\frac{3}{20}$

c) $\frac{3}{25}$

d) $\frac{7}{20}$

e) $\frac{5}{7}$

4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. Al simplificar $\frac{\frac{3}{9}}{13}$ se obtiene:

a) $1\frac{2}{3}$

b) $\frac{3}{5}$

c) $4\frac{1}{3}$

d) $\frac{4}{9}$

e) $1\frac{3}{5}$

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. Al simplificar $\frac{\frac{3}{5}}{15}$ se obtiene:

a) $\frac{1}{25}$

b) $\frac{7}{25}$

c) $\frac{3}{25}$

d) $\frac{4}{15}$

e) $\frac{7}{15}$

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Al simplificar $\frac{\frac{9}{28}}{\frac{6}{7}}$ se obtiene:

a) $\frac{5}{8}$

b) $\frac{3}{8}$

c) $\frac{6}{7}$

d) $\frac{7}{15}$

e) $\frac{9}{11}$

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. Al simplificar $\frac{\left(\frac{1}{5}+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{1}{2} \times \frac{13}{15}\right)}{\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\right)}$ se obtiene:

a) $\frac{1}{5}$

b) $\frac{3}{7}$

c) 20

d) $\frac{6}{7}$

e) $\frac{4}{5}$

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Una vaca que costó $ 5 500 se vendió a los $\frac{4}{5}$ del precio de costo, por lo que se perdieron:

a) $ 1 300
b) $ 1 200
c) $ 1 000
d) $ 500
e) $ 1 100

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Un campesino ha pagado las $\frac{5}{7}$ partes del valor de su finca. Si lo que ha pagado son $ 12 000, ¿cuál es el precio total de la finca?

a) $ 15 500
b) $ 15 800
c) $ 16 800
d) $ 15 000
e) $ 20 000

	a	b	c	d	e
10.	☐	☐	☐	☐	☐

8. Regla de tres

8.1. Razón geométrica

Se llama **razón geométrica** de dos números de la misma especie al cociente que resulta de dividir el uno por el otro. Al primero de los números se le llama **antecedente** y al segundo **consecuente.**

Ejemplos:

la razón geométrica de 10 a 5 es:

$$\begin{matrix}\text{antecedente}\\ \text{consecuente}\end{matrix} \quad \frac{10}{5} = 2 \text{ razón geométrica}$$

8.2. Proporción geométrica

Se denomina **proporción geométrica** a la igualdad que existe entre dos razones geométricas.

Ejemplos:

$$\begin{matrix}\text{extremo}\\ \text{medio}\end{matrix} \quad \frac{10}{5} = \frac{6}{3} \quad \begin{matrix}\text{medio}\\ \text{extremo.}\end{matrix}$$

Como puede apreciarse los números inicial y final (10 y 3) reciben el nombre de **extremos** y los otros (5 y 6) **medios.**

En toda proporción geométrica se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios.

Así, en el ejemplo anterior se cumple que: $10 \times 3 = 5 \times 6$.

Si se desconoce alguno de los extremos o de los medios, podemos hallar el producto de los extremos e igualarlo al de los medios; pasar el término conocido que acompaña a la incógnita hacia el otro lado de la igualdad dividiendo y determinar la incógnita.

Ejemplo:

1) $\frac{x}{5} = \frac{75}{15}$

$x \cdot 15 = 5 \times 75$

$x = \frac{5 \times 75}{15}$

$x = 25$

2) $\frac{20}{4} = \frac{x}{50}$

$20 \cdot 50 = 4 \cdot x$

$\frac{20 \cdot 50}{4} = x$

$x = 250$

8.3. Proporcionalidad directa

Dos cantidades son **directamente proporcionales** cuando la multiplicación de una de ellas por un número determinado implica que la otra quede automáticamente multiplicada por ese mismo número.

Ejemplo:

10 libros cuestan $ 20.00
20 libros cuestan $ 40.00

8.4. Proporcionalidad inversa

Decimos que dos cantidades son **inversamente proporcionales** cuando la multiplicación de una de ellas por un número determinado implica que la otra quede automáticamente dividida por ese mismo número.

Ejemplo:

4 hombres realizan una fuerza de 20 Kg (c/u) para levantar una caja.
8 hombres realizan una fuerza de 10 Kg (c/u) para levantar una caja.

8.5. Regla de tres

Concepto: la **regla de tres** es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término de una proporción, cuando se conocen tres.

La regla de tres utiliza dos tipos de números, el **supuesto** y la **pregunta.** Los números que componen el supuesto son conocidos mientras que en la pregunta hay uno desconocido.

8.6. Tipos de regla de tres

Existen tres tipos de regla de tres:

a) Directa.
b) Inversa.
c) Compuesta.

8.7. Regla de tres directa

En la regla de tres **directa** las cantidades que intervienen en el problema son **directamente proporcionales.** En este caso el esquema que se establece es el siguiente:

El primer término del supuesto es al primer término de la pregunta, como el segundo término del supuesto es al segundo de la pregunta.

Ejemplo:

5 manzanas costaron $ 1.25. ¿Cuánto costarán 9 manzanas?

supuesto: 5 manzanas ——— $ 1.25
pregunta: 9 manzanas ——— x

Solución:

$$\frac{5}{9} = \frac{1.25}{x}$$

$$5 \cdot x = 9 \cdot 1.25$$

$$x = \frac{9 \cdot 1.25}{5}$$

$$x = 2.25$$

Respuesta: 9 manzanas costarán $ 2.25.

8.8. Regla de tres inversa

En la regla de tres **inversa** las cantidades que intervienen en el problema son **inversamente proporcionales.** En este caso el esquema que se establece es el siguiente:

El primer término del supuesto es al primer término de la pregunta, como el segundo de la pregunta es al segundo del supuesto.

Ejemplo:

5 granjeros levantan una cerca en 10 días, ¿cuántos días necesitarán 10 granjeros para hacer el mismo trabajo?

supuesto: 5 granjeros ———— 10 días.
pregunta: 10 granjeros ———— x días.

Solución:

$$\frac{5}{10} = \frac{x}{10}$$

$$10 \cdot x = 5 \cdot 10$$

$$x = \frac{5 \cdot 10}{10}$$

$$x = 5 \text{ días.}$$

Respuesta: 10 granjeros necesitarán 5 días.

8.9. Regla de tres compuesta

La regla de tres compuesta se caracteriza porque contiene términos representados por varios números de manera que intervienen en el problema varias especies de magnitudes.

Ejemplo:

20 constructores laborando durante 30 días pueden construir una vivienda de 4 habitaciones. ¿Cuántos días necesitarán 5 constructores para construir una vivienda de 6 habitaciones de características similares a la anterior?

20 constructores ———— 30 días ———— 4 habitaciones.
5 constructores ———— x días ———— 6 habitaciones.

Lo primero es analizar en las proporciones anteriores cuáles son de tipo directo y cuáles de tipo inverso.

A menos constructores más días, esa relación es: **inversa.**

A más habitaciones más días, esa relación es: **directa.**

Disponemos las magnitudes homogéneas una debajo de la otra señalando con una «d» las directas y con una «i» las inversas.

$$\begin{array}{ccccc} \frac{20}{5} & \text{———} & \frac{30}{x} & \text{———} & \frac{4}{6} \\ \mathbf{i} & & & & \mathbf{d} \end{array}$$

Aplicamos la siguiente regla:

Formamos una proporción cuyo primer miembro es el producto de las razones directas por el inverso de las razones inversas y el segundo miembro es la razón que contiene a la incógnita. Después se despeja la incógnita.

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{5}{20} = \frac{30}{x}$$

$$\frac{20}{120} = \frac{30}{x}$$

$$20 \cdot x = 120 \cdot 30$$

$$x = \frac{120 \cdot 30}{20}$$

$$x = 180$$

Respuesta: los 5 constructores necesitarán 180 días para construir la vivienda de 6 habitaciones.

8.10. Ejercicios resueltos

s ——— supuesto.
p ——— pregunta.

1) Si 100 Kg de piña cuestan $ 50.00. ¿Cuánto costarán 60 Kg?

Planteo:

s — 100 Kg ——— $ 50.00 DIRECTA
p — 60 Kg ——— x

$$x = \frac{60 \cdot 50}{100}$$

$$x = \$\ 30.00$$

Respuesta: 60 Kg de piña costarán $ 30.00.

2) Si un carnicero vende el kilogramo de carne de res a $ 2.50 y al final de un día de labor su venta total fue de $ 225.00. ¿Cuántos Kg de carne vendió?

Planteo:

s — 1 Kg ———— $ 2.50 DIRECTA
p — x ———— $ 225.00

$$x = \frac{225 \cdot 1}{2.50}$$

$$x = 90 \text{ Kg.}$$

Respuesta: vendió 90 Kg de carne.

3) Un carpintero por seis días de trabajo recibió $ 150.00 por su labor. ¿Cuánto hubiese recibido por diez días, manteniendo el mismo ritmo de producción?

s — 6 días ———— $ 150.00 DIRECTA
p — 10 días ———— x

$$x = \frac{10 \cdot 150}{6}$$

$$x = \$ 250$$

Respuesta: hubiese recibido $ 250.

4) El Sr. García fue a comprar plátanos al mercado. Si el Kg valía $ 1.50 y él disponía sólo de $ 12.00, ¿cuántos Kg pudo comprar?

Planteo:

s — 1 Kg ———— $ 1.50 DIRECTA
p — x ———— $ 12.00

$$x = \frac{12 \cdot 1}{1.50}$$

$$x = 8 \text{ Kg}$$

Respuesta: pudo comprar 8 Kg.

5) Por hacer unos juegos de cuartos, 6 carpinteros han empleado 15 días. Si hubiesen trabajado 2 carpinteros, ¿cuántos días se demorarían?

Planteo:

s — 6 carpinteros ———— 15 días INVERSA
p — 2 carpinteros ———— x

$$x = \frac{6 \cdot 15}{2}$$

$$x = 45 \text{ días}$$

Respuesta: se demorarían 45 días.

6) 25 albañiles realizaron una obra en 40 días. Si hubiese sido necesario hacer la obra en 25 días, ¿cuántos obreros hubiesen hecho falta?

Planteo: s — 25 constructores ———— 40 días INVERSA
p — x ———— 25 días

$$x = \frac{40 \cdot 25}{25}$$

$$x = 40 \text{ constructores}$$

Respuesta: hubiesen hecho falta 40 obreros.

7) Para tapizar 6 sillones se necesitan 40 metros de un rollo de tela de 0.75 metros de ancho. ¿Cuántos metros de un rollo de tela de 0.90 metros de ancho se necesitarán para forrar 10 sillones?

Planteo: 6 sillones ———— 40 m ———— 0.75 de ancho
10 sillones ———— x ———— 0.90 de ancho.
d i
A más sillones más rollos de tela: DIRECTA
A más ancho menos rollos de tela: INVERSA

Formamos el primer miembro de la proporción con el producto de las razones directas por el inverso de las razones inversas y el segundo miembro con la razón que contiene a la incógnita:

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{0.9}{0.75} = \frac{40}{x}$$

$$\frac{5.4}{7.5} = \frac{40}{x}$$

$$5.4\,x = 7.5 \cdot 40$$

$$5.4\,x = 300$$

$$x = \frac{300}{5.4}$$

$$x = 55.55$$

Respuesta: se necesitarán 55.55 m del rollo.

8) 50 obreros durante 90 días construyeron una carretera de 300 m. ¿Cuántos días hubiesen tardado 30 obreros para hacer una carretera, de las mismas características técnicas, de 500 m de longitud?

Planteo: 50 obreros ———— 90 días ———— 300 m
30 obreros ———— x ———— 500 m
i d
A más obreros menos días: INVERSA
A más días más metros: DIRECTA

Formamos el primer miembro de la proporción con el producto de las razones directas por el inverso de las razones inversas y el segundo miembro con la razón que contiene a la incógnita.

$$\frac{300}{500} \cdot \frac{30}{50} = \frac{90}{x}$$

$$\frac{9\cancel{000}}{25\cancel{000}} = \frac{90}{x}$$

$$\frac{9}{25} = \frac{90}{x}$$

$$9x = 25 \cdot 90$$

$$9x = 2250$$

$$x = \frac{2250}{9}$$

$$x = 250$$

Respuesta: hubiesen tardado 250 días.

9) En 25 días un señor recorrió 250 Km caminando 10 horas diarias. ¿Cuántos Km hubiese recorrido en 15 días caminando 8 horas diarias?

Planteo:

25 días	———	250 Km	——— 10 horas por día.
15 días	———	x	——— 8 horas por día.
d			**d**

A más días más Km: DIRECTA
A más horas más Km: DIRECTA

Formamos el primer miembro de la proporción con el producto de las razones directas (ya que ambas son directas) y el segundo miembro con la razón que contiene la incógnita:

$$\frac{25}{15} \cdot \frac{10}{8} = \frac{250}{x}$$

$$\frac{250}{120} = \frac{250}{x}$$

$$\frac{25}{12} = \frac{250}{x}$$

$$25x = 12 \cdot 250$$

$$25x = 3000$$

$$x = \frac{3000}{25}$$

$$x = 120$$

Respuesta: hubiese recorrido 120 Km.

Olga Figueroa Raymondi

10) Un obrero agrícola recogió 5 latas de café en un día de 10 horas de trabajo. Al día siguiente le ayudó su hermano y a un mismo ritmo de trabajo los dos laboraron sólo 8 horas. ¿Cuántas latas recogieron?

Planteo:

1 obrero	———	5 latas	——— 10 horas.
2 obreros	———	x	——— 8 horas.
d			**d**

A más obreros, más latas: DIRECTA
A más horas, más latas: DIRECTA

formamos el primer miembro con el producto de las razones directas y el segundo miembro con la razón que contiene a la incógnita.

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{10}{8} = \frac{5}{x}$$

$$\frac{10}{16} = \frac{5}{x}$$

$$10x = 16 \cdot 5$$

$$10x = 80$$

$$x = \frac{80}{10},$$

$$x = 8$$

Respuesta: recogieron 8 latas.

Ejercicio 48

Problemas propuestos:

1) Un panadero vende el Kg a razón de $ 0.16. Si en un día vendió 185 Kg, ¿cuánto recaudó?
2) Un albañil para hacer una pared se demora 6 días. ¿Cuánto tiempo se demoraría si tuviese que levantar 14 paredes iguales?
3) Un obrero recibió por un día de labor $ 21.00. ¿Cuánto percibirá este obrero a la semana si de ella trabaja 6 días?
4) Un turista se dirije a un banco a canjear el dinero que lleva de su país por el del que está visitando. El oficinista del banco le informa que por cada dólar recibirá $ 1.16. Si el turista cambió $ 2 756 dólares, ¿cuánto recibió en el cambio?
5) Un carnicero vende el Kg de carne de cerdo a $ 1.25 y el de res a $ 2.05. Si vendió 26 Kg de cerdo y 15 de res, ¿cuánto vendió en total?
6) En una zapatería trabajan 6 obreros. Si entre todos hacen 50 pares de zapatos diarios, ¿cuántos obreros harán falta para producir diariamente 150 pares de zapatos?
7) Para hacer 10 trajes de hombre se necesitan 4.5 m de tela. ¿Cuántos metros harán falta para fabricar 87 trajes?

8) A un pintor le contratan para pintar 15 viviendas iguales. En el contrato se establece que devengará a razón de $ 25.00 diarios. Si el pintor demoró 45 días en pintar las 15 viviendas, ¿cuánto cobró?

9) Vendiendo 350 m de tela un comerciante recaudó $ 1 550. ¿Cuántos metros de tela tuvo que vender para recaudar $ 6 870?

10) Un deportista recorrió 1 500 Km en 10 días, dedicando a esta labor 8 horas diarias. Si en otra oportunidad recorrió 3 750 Km dedicando diariamente las mismas horas, ¿cuántos días demoró?

11) El Sr. Fernández quería comprar para su escuela 14 docenas de libros a $ 65.00 la docena. ¿Cuánto tuvo que pagar por los libros?

12) Se necesitaban 70 latas de pintura para embellecer 5 residencias iguales. ¿Cuántas residencias se pudieron pintar con 42 latas?

13) 6 fabricantes de ladrillos emplearon 43 días para abastecer la construcción de 3 escuelas. ¿Cuántos días hubiesen necesitado 2 fabricantes para construir 7 escuelas?

14) 5 obreros levantaron una torre de 20 m de altura en 8 días. Si se quisiera construir una en 5 días y de 25 m de altura, ¿cuántos obreros harían falta?

15) Una mecanógrafa invierte diariamente 10 horas de trabajo en escribir 35 documentos iguales. Si se tuviesen 3 mecanógrafas y se quisieran producir 85 documentos similares, ¿cuántas horas tendrían que trabajar diariamente las tres?

16) Se forró una sala con 16 m de papel de 1.25 m de ancho. Si se necesitaran forrar 5 salas de las mismas dimensiones con un rollo de 0.90 m de ancho, ¿cuántos metros de éste se necesitarían?

17) La construcción de un muro de 35 m de largo costó $ 275.00 y en el mismo trabajaron 2 obreros. ¿Cuánto costaría un muro de 60 m de largo, trabajando 3 obreros?

18) 5 camioneros transportaron 70 toneladas de carga en 3 viajes. ¿Cuántos viajes habrán tenido que realizar 3 camioneros para transportar 280 toneladas?

19) Una plantación tabacalera con un área determinada produce 75 Kg de tabaco laborando 8 obreros. Si el dueño de la plantación triplica el área de siembra y aumenta el número de obreros a 18, ¿cuántos kilogramos producirá?

20) Un comerciante pagó a 6 trabajadores $ 325.75 para que produjeran 25 Kg de un producto determinado. Si en otra ocasión se realizaron 175 Kg del mismo producto y laboraron 4 obreros, ¿cuánto les tuvo que pagar?

21) La Sra. Varela fue al mercado a comprar arroz y el Kg costaba $ 1.05. ¿Cuántos kilogramos pudo comprar con $ 9.75?

22) Un automovilista recorre una distancia de 275 Km en 3 horas a una velocidad constante. ¿Qué tiempo se tardaría si recorriese a la misma velocidad 1 100 Km?

23) Un viajante de una empresa farmacéutica logra vender 578 productos de una medicina determinada y por ello le pagaron $ 1 520. ¿Cuánto le hubiesen pagado si hubiera vendido 892 productos de la misma medicina?

24) Se invirtieron 25 días en podar todos los árboles de los parques de un pequeño pueblo con 15 obreros trabajando. Si se necesitara hacer el mismo trabajo en 15 días, ¿cuántos obreros harían falta?

25) Por una tubería de agua pasan 945 litros en 30 minutos. ¿Qué cantidad de agua pasaría en un minuto?

26) Un camión de carga demoró 28 días en transportar una mercancía determinada. Queriendo transportar esa misma mercancía y a la misma velocidad en 7 días, ¿cuántos camiones se necesitarían?

27) Un agricultor en un área determinada de tierra cosechó 2 726 Kg de piña. Si para la próxima siembra el agricultor planificó recoger 8 178 Kg, ¿en cuánto necesitó agrandar su anterior área de tierra?

28) Un vigilante nocturno, el cual tiene una ronda fija y constante, pasa cada 2 horas por un mismo lugar. ¿Cuántas veces pasará por ese punto en una jornada de 8 horas?

29) Un obrero de una fábrica produce en una jornada de 8 horas 825 unidades de un producto. ¿Cuántas unidades producirá al mes si labora 5 jornadas a la semana?

30) Un arquitecto cobró $ 7 850 por el proyecto de un complejo industrial de 6 instalaciones iguales. En otra ocasión un inversionista le propuso que le realizara un proyecto similar al anterior, pero con 10 instalaciones. ¿Cuánto tuvo que pagar al arquitecto?

31) Un florero vende la docena de flores en $ 4.75. ¿Cuánto tuvo que pagar una señora que le compró solamente 5 flores?

32) 3 obreros de la industria del tabaco produjeron 2 700 unidades en un día de trabajo. ¿Cuántos obreros harían falta para producir en un día 16 200 unidades?

33) Un inversionista necesitó $ 37 000 para construir 5 almacenes con capacidad para almacenar entre todos 3 500 tractores. En otra ocasión planificó construir 7 almacenes para un lote de 6 800 tractores. ¿Qué cantidad de dinero necesitó para este proyecto?

34) El dueño de una finca obtuvo de ganancia $ 5 000 en la recogida de una siembra. El proceso de ese cultivo duró 90 días y laboraron en él 7 obreros. Si para la próxima siembra contrató solamente 5 obreros y el proceso duró 75 días, ¿cuánto ganó?

35) Una operadora de flete cuenta con 7 camiones y como promedio transportan diariamente 23 toneladas de mercancía en 8 horas de trabajo. ¿Cuántos camiones serían necesarios para transportar 36 toneladas en 7 horas de trabajo?

36) Por limpiar un terreno de un área de 1 500 m^2 un trabajador agrícola solicitó del dueño $ 175.00, acordando que realizaría el trabajo en 2 días. A la semana siguiente el mismo trabajador limpió un terreno de 4 500 m^2 y se demoró sólo 4 días. ¿Cuánto le pagaron?

37) Una costurera ganó $ 63.00 por hacer 9 pantalones en 3 días de trabajo. ¿Cuánto hubo de cobrar si produjo 45 pantalones en 9 días?

38) Se forraron con tela 5 butacas y se emplearon 13 m de un rollo de 1.20 m de ancho. ¿Cuántos metros serían necesarios para forrar 9 butacas con un rollo de 0.75 m de ancho?

AUTOEXAMEN 8

Seleccione la respuesta correcta.

1. Se llama razón geométrica de dos números de la misma especie:

   a) A la suma de ambos números.
   b) A la diferencia de ambos números.
   c) Al producto de ambos números.
   d) Al cociente de dividir el uno por el otro.

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐

2. Se denomina proporción geométrica:

   a) La suma de 2 razones geométricas.
   b) La diferencia de 2 razones geométricas.
   c) El producto de 2 razones geométricas.
   d) El cociente de 2 razones geométricas.
   e) La igualdad que existe entre dos razones geométricas.

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. Un hombre de 1.80 m de altura proyecta una sombra de 1.20 de longitud, si en ese mismo instante una torre proyecta una sombra de 15.5 m la altura de la misma es:

   180 1,20
   15.5

   a) 20.25 m
   b) 23.25 m
   c) 25.25 m
   d) 21.15 m
   e) 24 m

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. Un vendedor de perfume vende el frasco a $ 5.50. Si al final del día su venta total fue de $ 198.00; el número de frascos vendidos fue:

   FRASCO $
   1 5,50
   X 198,00

   a) 46
   b) 36
   c) 16
   d) 26
   e) 56

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. Si 50 Kg de manzanas cuestan $ 30.00 entonces 30 Kg costarán:

a) $ 18.00
b) $ 20.00
c) $ 15.00
d) $ 19.00
e) $ 17.00

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. Una obra fue completada en 30 días utilizando 108 hombres. ¿Cuántos hombres hubieran hecho falta para hacer la misma obra en 8 días?

a) 200 hombres.
b) 300 hombres.
c) 405 hombres.
d) 400 hombres.
e) 505 hombres.

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Para mantenerse en buena forma física un atleta recorrió 300 Km en 20 días caminando 10 horas diarias. Si en los próximos 10 días sólo dispone de 8 horas diarias para entrenarse. ¿Cuántos Km recorrerá?

a) 120 Km
b) 100 Km
c) 140 Km
d) 130 Km
e) 110 Km

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. La construcción de un tramo de carretera de 800 m de longitud costó $ 12 000.00 y en la misma trabajaron 40 obreros. El costo de un tramo de 1 500 m de largo si en el mismo trabajan 30 obreros es:

a) $ 17 875.00
b) $ 15 875.00
c) $ 16 975.00
d) $ 16 875.00
e) $ 16 000.00

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Si 5 autobuses transportan 800 viajeros en 4 viajes, ¿cuántos viajes son necesarios para que 2 autobuses transporten 400 viajeros?

a) 3 viajes.
b) 5 viajes.
c) 4 viajes.
d) 6 viajes.
e) 2 viajes.

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Tanto por ciento

9.1. Concepto

En el mundo comercial es de gran importancia el dominio total de la regla del **tanto por ciento** que consiste en determinar la cantidad que corresponde a otra dada, conociendo la que corresponde a 100.

El tanto por ciento es un caso particular de la regla de tres y se expresa mediante el símbolo %.

Veamos un ejemplo:

el 5 % de 40 es 2.

En este caso 5 % es el **tipo**

40 es la **base.**

2 % es el **porcentaje.**

De lo anterior podemos deducir que nos encontraremos con tres tipos de problemas; los que calculamos el porcentaje, el tipo o la base.

9.2. Tipos de problemas

1) Cálculo del porcentaje C.C.

En este tipo de problemas son conocidos la base y el tipo.

Ejemplo:

Determinar el 15 % de 620.

Planteamos lo siguiente:

$$\begin{array}{ll} 620 & \text{——————} \quad 100\,\% \\ x & \text{——————} \quad 15\,\% \end{array}$$

Despejamos la x: $x = \dfrac{620 \cdot 15}{100}$

$$x = 93$$

El planteamiento anterior se justifica por el hecho que 620 es el total por lo tanto corresponde al 100 % y determinamos que cantidad corresponde al 15 %.

Existe un método abreviado con el que se gana en rapidez pero que el lector sólo debe seguirlo después de comprender el razonamiento anterior. Este método consiste en poner el tipo en forma de quebrado (dividido por 100) y multiplicarlo por la base.

Ejemplo:

Determinar el 5 % de 120

$$\frac{5}{100} \times 120 = 6$$

2) Cálculo del tipo

Ahora conocemos la base y el porcentaje y queremos calcular el tipo. Planteamos lo siguiente:

$$\begin{array}{rcl} 150 & \text{———} & 100\,\% \\ 45 & \text{———} & x \end{array}$$

Despejando la x:

$$x = \frac{45 \cdot 100}{150}$$

$$x = 30\,\%$$

Justificamos el planteamiento anterior por el hecho que 150 representa el total por lo que le corresponde el 100 % y determinamos el % que le corresponde a 45.

También podemos calcular el tipo por un método abreviado dividiendo el porcentaje entre la base y multiplicando el resultado por 100.

Ejemplo:

Determinar qué % es 15 de 925.

$$\frac{15}{925} \times 100 = 1.62\,\%$$

3) Cálculo de la base

Ahora conocemos el tipo y el porcentaje y deseamos calcular la base.

Ejemplo:

Si 525 representa el 7 % de una determinada cantidad, determine la misma.

Planteamos lo siguiente:

$$\begin{array}{rl} 525 & \text{——} \quad 7\,\% \\ x & \text{——} \quad 100\,\% \end{array}$$

Despejando la x:

$$x = \frac{525 \cdot 100}{7}$$

$$x = 7\,500$$

El planteamiento anterior se justifica debido a que 525 representa el 7 % de un total que corresponde al 100 %.

Por el método abreviado dividimos el porcentaje por el tipo y multiplicamos este resultado por 100.

Ejemplo:

Si $ 14 200 representa el 20 % de una cuenta bancaria, ¿cuál será el total de la cuenta?

$$\frac{14\,200}{20} \times 100 = \$\ 71\,000$$

9.3. Ejercicios resueltos

1) En los ejercicios siguientes se plantean problemas para hallar el porcentaje.

1. 20 % de 228 = 45.6
2. 45 % de 4 892 = 2 201.4
3. 65 % de 642 = 417.3
4. 80 % de 1 240 = 992
5. 16 % de 190 = 30.4
6. 12 % de 864 = 103.7
7. 75 % de 4 621 = 3 465.8
8. 90 % de 5 672 = 5 104.8
9. 35 % de 8 722 = 3 052.7
10. 66 % de 3 042 = 2 007.7
11. 46 % de 326 = 150
12. 57 % de 841 = 479.4
13. 11 % de 532 = 58.5
14. 5 % de 900 = 45
15. 33 % de 621 = 204.9
16. 95 % de 1 895 = 1 800.3
17. 8 % de 45 = 3.6
18. 19 % de 120 = 22.8
19. 27 % de 130 = 35.1
20. 65 % de 500 = 325

2) A continuación se ejemplifican ejercicios para el cálculo del tipo.

1. Qué % es 20 de 45 = 44 %
2. Qué % es 30 de 150 = 20 %
3. Qué % es 16 de 85 = 18.8 %
4. Qué % es 40 de 864 = 4.6 %
5. Qué % es 15 de 975 = 1.5 %
6. Qué % es 48 de 700 = 6.9 %
7. Qué % es 19 de 105 = 18.1 %
8. Qué % es 120 de 2 340 = 5.1 %
9. Qué % es 240 de 8 860 = 2.7 %
10. Qué % es 65 de 526 = 12.4 %

11. Qué % es 87 de 190 = 45.7 %
12. Qué % es 14 de 1 500 = 0.9 %
13. Qué % es 356 de 4 320 = 8.2 %
14. Qué % es 60 de 260 = 23.1 %
15. Qué % es 75 de 875 = 8.6 %
16. Qué % es 13 de 40 = 32.5 %
17. Qué % es 7 de 25 = 28 %
18. Qué % es 40 de 800 = 5 %
19. Qué % es 15 de 1 400 = 1.1 %
20. Qué % es 8 de 20 = 40 %

3) Los siguientes ejercicios se encaminarán a la solución de problemas en que la incógnita sea la base.

1. 120 es el 20 % de 600
2. 46 es el 6 % de 766
3. 140 es el 45 % de 311
4. 320 es el 17 % de 1 882
5. 85 es el 40 % de 212
6. 429 es el 35 % de 1 225
7. 23 es el 90 % de 25
8. 65 es el 7 % de 928
9. 90 es el 11 % de 818
10. 740 es el 16 % de 4 625
11. 115 es el 25 % de 460
12. 800 es el 12 % de 6 666
13. 56 es el 14 % de 400
14. 720 es el 31 % de 2 322
15. 72 es el 26 % de 276
16. 750 es el 50 % de 1 500
17. 640 es el 48 % de 1 333
18. 526 es el 42 % de 1 252
19. 128 es el 36 % de 355
20. 160 es el 44 % de 363.

9.4. Problemas resueltos

1) Si el metro de una tela determinada cuesta $ 2.60. ¿A qué precio tendrá que venderla el comerciante para ganar el 5.5 % por cada metro?

Planteo:

$$\$\ 2.60 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 5.5\,\%$$
$$x = \frac{5.5 \times 2.60}{100}$$
$$x = \$\ 0.14$$

este dinero representa el 5.5 % de $ 2.60. Por lo tanto el comerciante deberá vender el metro de tela a: 2.60 + 0.14 = $ 2.74.

Respuesta: $ 2.74

2) Un negociante vendió por $ 8 890 una cantidad de madera determinada. ¿Cuánto ganó si a esa cantidad le sacó el 23 % de ganancia?

Planteo:

$$8\,890 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 23\,\%$$
$$x = \frac{23 \cdot 8\,890}{100}$$
$$x = \$\ 2\,044.70$$

Respuesta: el negociante ganó $ 2 044.70.

3) La cosecha producida por un agricultor importó $ 6 645. De esta cantidad $ 2 520 fue por la venta de las piñas y $ 4 125 por la de las naranjas. ¿Qué por ciento representó cada una?

Planteo:

$$\$\ 6\,645 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ 2\,520 \text{ ———— } x\,\%$$

$$x = \frac{2\,520 \cdot 100}{6\,645}$$

$$x = 38\,\%$$

En este caso se puede plantear que si el importe de las piñas fue del 38 %, entonces obligatoriamente el de las naranjas fue de 62 %. Vamos a plantearlo y lo comprobaremos:

$$\$\ 6\,645 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ 4\,125 \text{ ———— } x\,\%$$

$$x = \frac{4125 \cdot 100}{6645}$$

$$x = 62\,\%$$

Respuesta: el importe de las piñas fue el 38 % y el de las naranjas el 62 %.

4) De los ingresos producto de un negocio un hombre recibe $ 7 850. De este dinero utilizó el 40 % en la compra de un auto, el 18 % en arreglos de la casa, 7 % en ropa y el resto lo depositó en el Banco. ¿Cuánto dinero invirtió en cada gasto que hizo y cuánto depositó en el banco?

NOTA: estos problemas que tienen varias cifras debemos realizarlos por pasos.

Planteo:
(automóvil)

$$\$\ 7\,850 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ x \text{ ———— } 40\,\%$$

$$x = \frac{7850 \cdot 40}{100}$$

$$x = \$\ 3\ 140$$

(arreglos de la casa)

$$\$\ 7\,850 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ x \text{ ———— } 18\,\%$$

$$x = \frac{18 \cdot 7850}{100}$$

$$x = \$\ 1\,413$$

(ropa)

$$\$\ 7\,850 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ x \text{ ———— } 7\,\%$$

$$x = \frac{7850 \cdot 7}{100}$$

$$x = \$\ 549.50$$

Sumando los gastos tendremos:

$$3\,140 + 1\,413 + 549.5 = 5\,102.5$$

Ahora el problema se reduce a una simple cuenta de restar:

$$\begin{array}{r} 7850 \\ -\ 5102.5 \\ \hline \$\ 2747.50 \end{array}$$

Respuesta: invirtió $ 3 140 en el automóvil, $ 1 413 en arreglos de la casa, $ 549.50 en ropa y depositó en el banco $ 2 747.50.

5) Las ganancias de un negocio en sus tres primeros años fueron las siguientes: primero $ 14 725; segundo $ 10 640 y tercero $ 18 950. Determine los por ciento de aumento o disminución con relación al primer año.

Planteo: (análisis del segundo año)

$$\$\ 14\,725 \longrightarrow 100\,\%$$
$$\$\ 10\,640 \longrightarrow x\,\%$$

$$x = \frac{10640 \cdot 100}{14725}$$

$$x = 72\,\%$$

Respuesta: por lo tanto en este año hubo una disminución de un 28 % con relación al primer año.

(análisis del tercer año)

$$\$\ 14\,725 \longrightarrow 100\,\%$$
$$\$\ 18\,950 \longrightarrow x\,\%$$

$$x = \frac{18950 \cdot 100}{14725}$$

$$x = 129\,\%$$

Respuesta: por lo tanto en el tercer año hubo un aumento de un 29 % con relación al primero.

6) En una escuela se presentaron a un examen de Matemáticas 426 alumnos; de éstos el 25 % obtuvo notas de sobresaliente, un 38 % notable y un 27 % aprovechados, el resto de los alumnos suspendieron. Diga qué cantidad de alumnos corresponde a los por ciento mencionados en el problema y también la cantidad de alumnos suspensos.

Planteo:

(alumnos sobresalientes)

$$426 \longrightarrow 100\,\%$$
$$x \longrightarrow 25\,\%$$

$$x = \frac{25 \cdot 426}{100}$$

$$x = 107 \text{ alumnos.}$$

(alumnos notables)

$$426 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 38\,\%$$
$$x = \frac{426 \cdot 38}{100}$$
$$x = 162 \text{ alumnos.}$$

(alumnos aprovechados)

$$626 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 27\,\%$$
$$x = \frac{426 \cdot 27}{100}$$
$$x = 115 \text{ alumnos}$$

(alumnos suspensos)

$$107 + 162 + 115 = 384$$
$$426 - 384 = 42 \text{ alumnos.}$$

Respuesta: 107 alumnos sacaron sobresaliente, 162 notable, 115 aprovechado y 42 suspendieron.

7) Después del paso de un ciclón, las tierras sembradas de un agricultor se afectaron de tal manera que perdió en total 8 576 unidades. De éstas, 4 278 fueron naranjas, 3 100 toronjas y el resto de limones. Diga que % de pérdida le corresponde a cada producto.
Planteo:

(naranja)

$$8\,576 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$4\,278 \text{ ——— } x\,\%$$
$$x = \frac{4278 \cdot 100}{8576}$$
$$x = 50\,\%$$

(toronjas)

$$8\,576 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$3\,100 \text{ ——— } x\,\%$$
$$x = \frac{3100 \cdot 100}{8576}$$
$$x = 36\,\%$$

(limones)

$$50 + 36 = 86$$
$$100 - 86 = 14\,\%$$

Respuesta: el por ciento de pérdida fue de 50 % de naranjas, 36 % de toronjas y 14 % de limones.

8) Un constructor invirtió en una obra $ 27 800. El 30 % en materiales, y el 42 % en jornal, el resto lo depositó para asegurar la obra. ¿Cuánto dinero invirtió en materiales, jornales y el seguro?

Planteo:

(costo en materiales)

$$\$\ 27\,800 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ x \text{ ———— } 30\,\%$$

$$x = \frac{27800 \cdot 30}{100}$$

$$x = \$\ 8\,340$$

(gastos en jornales)

$$\$\ 27\,800 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ x \text{ ———— } 42\,\%$$

$$x = \frac{27800 \cdot 42}{100}$$

$$x = \$\ 11\,676$$

(seguro)

$$\$\ 8\,340 + 11\,676 = \$\ 20\,016$$
$$\$\ 27\,800 - \$\ 20\,016 = \$\ 7\,784$$

Respuesta: el constructor invirtió $ 8 340 en materiales, $ 11 676 en jornales y $ 7 784 en seguro.

9) Un comerciante compró un negocio en $ 10 450, teniendo necesidad luego de venderlo en $ 7 800. ¿Qué por ciento perdió?

Planteo:

$$\$\ 10\,450 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ 7\,800 \text{ ———— } x\,\%$$

$$x = \frac{7800 \cdot 100}{10450}$$

$$x = 74.6\,\%$$

Pérdida: $100 - 74.6 = 25.4\,\%$

Respuesta: la pérdida fue de un 25.4 %.

10) Un negociante ante una necesidad comercial rebaja $ 0.75 del precio del litro de vino. ¿Qué % rebajó si el precio del vino es de $ 4.85?

Planteo:

$$\$\ 4.85 \text{ ———— } 100\,\%$$
$$\$\ 0.75 \text{ ———— } x\,\%$$

$$x = \frac{0.75 \cdot 100}{4.85}$$

$$x = 15.5\,\%$$

Respuesta: rebajó el 15.5 % del precio.

Ejercicio 49

A) Calcule el porcentaje en cada uno de los siguientes casos:

1) 15 % de 725
2) 5 % de 900
3) 8 % de 45
4) 65 % de 500
5) 4 % de 850
6) 16.5 % de 782
7) 7.5 % de 18 425
8) 1/4 % de 12 714

B) Calcule el tipo en cada caso:

1) Qué % es 30 de 150
2) Qué % es 40 de 800
3) Qué % es 13 de 40
4) Qué % es 48 de 700
5) Qué % es 25 de 8 500
6) Qué % es 55 de 12 720
7) Qué % es 4.5 de 180
8) Qué % es 3.2 de 95

C) Calcule la base en cada caso:

1) 85 es el 40 % de:
2) 740 es el 16 % de:
3) 128 es el 36 % de:
4) 56 es el 14 % de:
5) 46 es el 6 % de:
6) 115 es el 25 % de:
7) 800 es el 12 % de:
8) 720 es el 31 % de:

Ejercicio 50

Problemas propuestos:

1) Un contratista planificó $ 75 500 para la construcción de un edificio. De esta cantidad el 21 % era para las instalaciones de servicio, el 40 % para los materiales de la obra y un 28 % en mano de obra (jornal). El porcentaje restante sería la ganancia del contratista. Halle cuánto dinero corresponde a cada uno.
2) El alumnado de una escuela de 4 cursos asciende a 891 estudiantes. En el primer grado hay 270, en el segundo 246, en el tercero 190 y en el cuarto 185. Halle el tanto por ciento que cada nivel tiene con relación al alumnado de toda la escuela.
3) Los gastos de servicio de una empresa dedicada a la industria farmacéutica representan el 47 % de las ventas. Si los gastos ascendieron a $ 7 425, ¿cuánto fue el valor de las ventas?
4) Tres camiones de transporte de tierra dan 120 viajes en una jornada de trabajo. Un camión realiza el 38 %, el otro un 27 % y el tercer camión el resto. ¿Cuántos viajes dio cada camión?
5) En una escuela mixta hay 426 niñas y 386 niños. ¿Qué por ciento hay de niñas y de niños?
6) En una encuesta realizada por una agencia de propaganda, se determinó que 4 645 habitantes de una población veían un programa determinado de televisión, lo que representaba el 80 % de la población. ¿Cuántos habitantes tiene la mencionada población?

7) Un joven hereda $ 10 000. De éstos dedica el 40 % en la compra de un auto, el 25 % en arreglos de su casa, el 10 % lo invierte en ropa y el resto lo guardó en el Banco. ¿Cuánto gastó en cada inversión y cuánto depositó en el Banco?
8) A la llegada de un vuelo internacional pasaron por la aduana del aeropuerto 47 niños, 97 mujeres y 150 hombres. ¿Qué % de niños, mujeres y hombres llegaron en dicho vuelo?
9) En un año un hombre ahorró $ 6 720 lo que representaba el 35 % de sus ingresos. ¿A cuánto asciende su ingreso anual?
10) Una casa fue vendida al 75 % de lo que costó. Si se vendió por $ 14 750, halle el costo de la casa.
11) Las ventas de un comerciante aumentaron un 20 % durante un año. El año anterior había vendido $ 10 580. Halle la venta de este año.
12) El sueldo de los trabajadores de una fábrica asciende a $ 22 680 en el primer año de trabajo. Al siguiente año, producto de un incremento de la tecnología, hubo un 8 % de aumento salarial. ¿A cuánto ascendió la nómina el segundo año de trabajo?
13) Un hombre vendió su automóvil después de usarlo en $ 2 780 lo que representaba el 82 % del valor del auto cuando fue comprado. Halle el valor inicial del auto.
14) Un frutero recibe 320 cestas de naranjas y las vende de la siguiente forma: el 27 % a $ 3.20 la cesta; el 53 % a $ 2.75 y el resto a $ 2.50. Halle cuánto recauda el frutero por la venta de las naranjas.
15) Al hacer un balance económico, el propietario de un negocio observó que en el segundo trimestre del año sus ganancias ascendieron a $ 7 460. Pero en el primer trimestre las ganancias fueron el 10 % menos que las del segundo y las del tercer trimestre un 15 % más que las del segundo. ¿Cuánto ganó en el 1.er trimestre y cuánto en el tercero?
16) Juan le debe a Roberto $ 475. Si le paga $ 225, ¿qué por ciento de su deuda debe aún?
17) Una empresa pagó por concepto de impuestos $ 5 420.75 lo que representaba el 15 % de sus ganancias. ¿A cuánto ascendieron los ingresos de la empresa?
18) Tres equipos de pelota juegan en un campeonato 45 juegos. El primero gana 17, el 2.° 21 y el 3.° 7. ¿Qué por ciento ganó cada uno?
19) El impuesto de la vivienda en un país es de 2.75 %. Si una residencia se valoró en $ 37 800, ¿cuánto dinero tuvo que pagar el dueño por concepto de impuestos?
20) Un señor contrae una deuda de $ 5 481. Si sus ingresos mensuales son de $ 870 y tiene que pagar el 15 % cada mes para amortizar la deuda. ¿Qué tiempo demorará en pagar lo que debe?
21) Un comerciante vendió con una ganancia del 4 %, 147 kilos de queso. Si el kilo le había costado a $ 8.75, ¿cuánto ganó?
22) Un señor compró una casa por $ 18 500. Luego la vendió con una ganancia del 3.5 %. ¿En cuánto la vendió?

23) Un comerciante que ha quebrado, solamente puede pagar el 65 % de lo que debe. Si le prestasen $ 5 420 podría liquidar las deudas, ¿cuánto tiene?

24) Compré 40 reses a $ 180 cada una. Luego invertí por concepto de cuidados y alimentación $ 15 por cada vaca. Vendiéndolas más tarde en $ 10 000, ¿cuál fue el por ciento de mi ganancia?

25) Un negociante le encarga a un agente que le compre 500 kilos de café a un precio de $ 8.50 cada kilo, prometiéndole el 1.75 % de comisión. ¿Cuánto ganó el agente?

26) Comprando madera en varios lotes, de acuerdo a la necesidad que tenía gasté al año $ 5 490. De haberla comprado toda de una vez, me hubiese costado $ 3 890. ¿Qué % me hubiese ahorrado, de haberlas comprado al por mayor?

27) Un señor realizó la compra de 3 facturas en una gran tienda. Dichas facturas fueron de $ 1 575, $ 2 820 y de $ 3 450. El dueño en beneficio del comprador, le rebajó el 1.2 % en cada una de las facturas. ¿Cuánto dinero se ahorró el comprador por la rebaja?

28) Si las ganancias de un comisionista se acordaron que fuesen de un 25 % de sus ventas, ¿cuánto cobró al año si el producto de su gestión alcanzó la cifra de $ 57 825.

29) ¿Qué cantidad deberá entregar un comerciante a un comisionista si el acuerdo se estipuló en un 0.75 % y se vendieron $ 8 950?

30) El Sr. García encargó la venta de su finca a un corredor, ofreciéndole el 1.4 % del total, estipulado en $ 27 500. En el caso que se vendiese por más dinero, el Sr. García le ofreció el 1 % de lo que sobrepasara la cantidad acordada. ¿Cuánto ganó el corredor si la pudo vender en $ 32 000?

31) Se le entregó a un comisionista la cantidad de $ 475.50 por su trabajo en la venta de cierta cantidad de pieles y se estipuló la comisión en el 15 %. ¿Cuántas pieles vendió, si cada una valía $ 100?

32) El Sr. Varela me proporcionó la venta de unos abrigos a $ 75 cada uno. ¿Cuántos abrigos vendí si le entregué a Varela $ 4 350 y cuánto me pagó por la gestión si el trato convenido fue del 2.5 %?

33) Le enviaron por ferrocarril al Sr. Fernández 1 750 Kg de trigo, tuvo que pagar de flete $ 240 y por beneficios al agente del embarque $ 375 y vendió luego el Kg de trigo a $ 0.60. ¿Qué por ciento del total de venta tuvo que invertir en el flete y en el agente que se lo embarcó?

34) Un comerciante del transporte cobró $ 5 480 por la repartición de unos productos. De éstos el 40 % fue madera, el 25 % ladrillos y el resto cemento. ¿Cuánto cobró por cada producto?

35) Un comerciante envía 768 barriles de vino, el flete le cuesta a $ 20.00 la docena. Si cada barril le costó a razón de $ 28.00, ¿qué por ciento del valor de todos los barriles tuvo que pagar en flete?

36) Recibe de América el Sr. Gutiérrez una mercancía en 100 cajas por transporte aéreo. Por dicha mercancía él había girado al proveedor un cheque por $ 12 600. Luego paga $ 725 por el flete y $ 70 más por

transportarlo a su almacén. Más tarde vende el producto recibido a razón de $ 175 la caja. ¿Qué % ganó?

37) Si yo tengo 200 litros de vino que me costaron a $ 0.75 cada uno, y luego los vendo a un 10 % por encima de lo que me costaron, ¿cuánto gané?

38) Si los gastos de un establecimiento aumentaron el 15 % cada año durante 3 años consecutivos, ¿cuál fue el total de gastos el tercer año si los del primer año fueron de $ 2 890?

39) Un vendedor ambulante visitó 78 viviendas mostrando su producto. De las casas visitadas 40 no aceptaron la oferta y el resto sí. De las que aceptaron, el 60 % quedó satisfecho. ¿Qué por ciento dijo que sí, y qué por ciento dijo no? ¿Qué cantidad quedó satisfecha de las que dijeron sí?

40) El dueño de una cafetería compró 125 vasos, 78 tazas y 69 platos, a principios de año. Luego por las roturas se perdieron 46 vasos, 61 tazas y 57 platos. ¿Qué por ciento de cada artículo se rompió?

AUTOEXAMEN 9

Seleccione la respuesta correcta.

1. El 6.5 % de 7 500 es:

   a) 487.5
   b) 467.5
   c) 477.5
   d) 497.5
   e) 467.5

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. 15 de 230 es el:

   a) 5 %
   b) 6.5 %
   c) 4.5 %
   d) 10 %
   e) 10.5 %

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. 25 es el 20 % de:

   a) 1 250
   b) 250
   c) 150
   d) 200
   e) 125

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. Un automóvil fue vendido al 75 % de su precio de compra. Si se vendió en $ 1 250, el costo fue de:

   a) $ 1 400.00
   b) $ 1 566.66
   c) $ 1 600.00
   d) $ 1 666.66
   e) $ 1 866.66

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. Carlos le debe a Juan $ 1 400. Si le paga $ 325, ¿qué por ciento de su deuda le debe aún?

   a) 76.78 %
   b) 78.76 %
   c) 75 %
   d) 79 %
   e) 80 %

   5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. El impuesto de viviendas de un país es del 2.5 %. Determinar cuánto dinero tuvo que abonar por concepto de impuestos el dueño de una residencia valorada en $ 40 600.

a) $ 850
b) $ 1 015
c) $ 1 100
d) $ 1 200
e) $ 1 300

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Si los gastos de un comercio se incrementaron en un 12 % anualmente durante 3 años consecutivos, determinen los gastos del tercer año si los del primero se elevaron a $ 8 430.

a) $ 9 570.25
b) $ 10 500
c) $ 10 574.59
d) $ 10 600.59
e) $ 10 654.59

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. Un hombre ahorró en un año $ 2 500 lo que representa el 20 % de su ingreso anual. Determine el ingreso anual de este hombre.

a) $ 10 500
b) $ 11 500
c) $ 12 000
d) $ 13 000
e) $ 12 500

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Un señor compró una residencia en $ 85 000 y luego la vendió con una ganancia del 7.5 %. ¿Cuál fue el precio de venta?

a) $ 92 300
b) $ 89 300
c) $ 91 000
d) $ 91 375
e) $ 90 000

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. En una población de 8 452 habitantes hay 520 analfabetos. Determine el por ciento de analfabetos de la población.

a) 4 %
b) 5.15 %
c) 6.15 %
d) 7.25 %
e) 8.75 %

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Interés simple y compuesto

10.1. Interés

Recibe el nombre de **interés** el beneficio que produce el capital prestado a un tanto por ciento, durante un determinado período de tiempo.

En la regla de interés tenemos que considerar 4 elementos:

a) capital
b) interés
c) tanto por ciento o tasa
d) tiempo

El **capital** es la cantidad que se presta.

El **interés** es el beneficio producido por el capital.

El **tanto por ciento** o tasa es el interés que producen 100 unidades monetarias en la unidad de tiempo.

El **tiempo** es el período al que se aplica el tanto por ciento, por lo general es un año aunque también puede ser semestral, bimensual etc.

Existen dos tipos de interés:

a) interés simple
b) interés compuesto

10.2. Interés simple

El **interés simple** es aquel interés producido en todo momento por el capital primitivo.

El interés simple se calcula por medio de una regla de tres compuesta, no obstante utilizaremos en la solución de los ejercicios una fórmula cuya sencillez garantiza una solución más rápida y eficaz de los distintos problemas que se presentan.

Fórmula: $$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

Donde:
i = interés
c = capital
r = tanto por ciento
t = tiempo

Esta fórmula nos permite determinar cualquiera de los parámetros que intervienen en la misma despejando la letra que lo representa.

Ejemplo:

Para calcular el capital la fórmula queda:

$$c = \frac{100\ i}{r \cdot t}$$

Para calcular el tanto por ciento:

$$r = \frac{100\ i}{c \cdot t}$$

Para calcular el tiempo:

$$t = \frac{100\ i}{c \cdot r}$$

NOTA IMPORTANTE: cuando el tiempo esté expresado en meses el denominador 100 se sustituye por 1200 (resultado de multiplicar 100 × 12) y cuando el problema se exprese en días se sustituye por 36 000 (resultado de multiplicar 100 × 360) quedando la fórmula de interés de la siguiente forma:

a) Si el tiempo se expresa en meses: $i = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200}$

b) Si el tiempo se expresa en días: $i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$

10.3. Problemas resueltos de interés simple

1) ¿Cuál será el interés de $ 1 200 prestados al 5 % anual durante 2 años?

Datos:
c = $ 1 200
r = 5 %
t = 2 años.

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{1200 \times 5 \times 2}{100}$$

$$i = \$\ 120$$

Respuesta: el interés será de $ 120.

2) Calcular el interés de $ 750 al 6 % anual en 7 meses.

Datos:
c = $ 750
r = 6 %
t = 7 meses.

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200}$$

$$i = \frac{750 \times 6 \times 7}{1200}$$

$$i = \$\ 26.25$$

Se usa como denominador 1200 por estar el tiempo expresado en meses.

Respuesta: el interés será de $ 26.25

3) ¿Qué interés darán $ 18 500 al 3.5 % anual durante 45 días?

Datos:
$c = \$\ 18\,500$
$r = 3.5\,\%$
$t = 45$ días.

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$$

Se usa como denominador 36 000 por estar el tiempo expresado en días.

$$i = \frac{18\,500 \times 3.5 \times 45}{36000}$$

$$i = \$\ 80.94$$

Respuesta: el interés será de $ 80.94

4) Un prestamista obtuvo por un capital prestado $ 50.25 de intereses al cabo de 6 meses. El tanto por ciento anual convenido fue del 9 %. Calcule el capital prestado.

Datos:
$i = \$\ 50.25$
$t = 6$ meses
$r = 9\,\%$

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200}$$

Despejando c:

$$c = \frac{1200\ i}{r \cdot t}$$

$$c = \frac{1200 \times 50.25}{9 \times 6}$$

$$c = \$\ 1\,116.66$$

Respuesta: el capital prestado fue de $ 1 116.66

5) ¿A qué tanto por ciento anual se prestó un capital de $ 9 500 si el mismo produjo $ 35.15 en 75 días?

Datos:
$c = \$\ 9\,500$
$i = \$\ 35.15$
$t = 75$ días

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$$

Despejando r:

$$r = \frac{36000\ i}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{36000 \times 35.15}{9500 \times 75}$$

$$r = 1.78\,\%$$

Respuesta: el tanto por ciento anual fue de 1.78 %

6) Si se desea obtener una renta mensual de $ 80 ¿a qué tanto por ciento anual se debe colocar un capital de $ 7 500?

Datos:
$i = \$\ 80$
$c = \$\ 7\,500$
$t = 1$ mes

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{1200}$$

despejando r:

$$r = \frac{1200\ i}{c \cdot t}$$

$$r = \frac{1200 \times 80}{7500 \times 1}$$

$$r = 12.8\,\%$$

Respuesta: el tanto por ciento anual al que se debe colocar el capital es el 12.8 %.

7) ¿Qué tiempo ha estado prestado un capital de \$ 25 000 al 6 % anual si el mismo ha producido \$ 4 200?

Datos:
$c = \$\ 25\,000$
$r = 6\,\%$
$i = \$\ 4\,200$

Fórmula:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

despejando t:

$$t = \frac{100\ i}{c \cdot r}$$

$$t = \frac{100 \times 4200}{25000 \times 6}$$

$t = 2.8$ años.

Respuesta: ha estado prestado un tiempo de 2.8 años.

Ejercicio 51

Problemas propuestos:

1) Calcular el interés de \$ 4 570.50 al 6.5 % anual en 2 años.
2) Calcular el interés de \$ 2 750 al 3.5 % anual en 6 meses.
3) A qué tanto por ciento anual se deben colocar \$ 1 500.00 para que produzcan \$ 120 en 8 meses?
4) ¿Cuál es el capital que colocado al 7 % anual produce \$ 50 de interés en 95 días?
5) ¿Cuánto tiempo tarda un capital de \$ 2 500 para producir al 13 % anual \$ 350 de interés?
6) Se realiza un préstamo de \$ 2 000 que produce una renta de \$ 30.00 mensuales. Determine el tanto por ciento anual al que se ha prestado.
7) ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que un capital de \$ 3 000 colocado al 6 % anual produzca un interés de \$ 60,00?

8) Calcule el interés que producen $ 6 850.00 colocados al 4 % anual durante 8 meses.
9) Calcular el interés de $ 670.00 al 4 % anual en 12 meses.
10) Calcular el interés de $ 950.00 al 5 % anual en 240 días.
11) ¿A qué tanto por ciento anual se debe colocar $ 575.00 para que produzcan $ 12.00 en 8 meses?
12) ¿Cuál es el capital que prestado al 3 % anual produce $ 11.50 de interés en un año?
13) ¿Cuál es el capital que colocado al 7 % anual produce $ 13.50 de interés en 95 días?
14) ¿A qué tanto por ciento anual se deben colocar $ 1 250.45 para que produzca $ 14.00 en 10 meses?
15) Se realiza un préstamo de $ 3 850.00 que produce una renta mensual de $ 8.50 ¿A qué tanto por ciento anual se ha prestado?
16) ¿Qué cantidad se ha colocado al 4 % anual para que produzcan $ 4.50 cada mes?
17) Un capital de $ 870, produjo en 8 meses $ 45 de interés. ¿Cuál es el tanto por ciento anual?
18) ¿Cuánto tiempo tardó un capital de $ 250.00 para producir al 3 % anual $ 35 de interés?
19) ¿Cuánto tiempo tendrá que transcurrir para que un capital de $ 3 050 colocado al 6 % anual produzca un interés de $ 65.00?
20) ¿Qué tiempo tardó un capital de $ 750.00 para producir al 5 % anual, $ 40 de interés?
21) Se realiza un préstamo de $ 2 870 que produce una renta de $ 30.00 cada mes. ¿A qué tanto por ciento anual se ha prestado?
22) Calcule el interés de $ 685.75 al 4 % anual en 5 meses?
23) ¿Qué cantidad se ha colocado al 6 % anual para que produzca $ 5.50 cada 25 días?
24) ¿Cuál es el capital que con un interés de un 4 % anual durante 6 meses produce a $ 190.00?
25) Calcule el interés de $ 6 575.65 al 7 % anual en 12 meses.

10.4. Interés compuesto

El **interés compuesto** es el interés simple aplicado al capital más el interés acumulado sobre dicho capital en un período anterior.

Para calcular el interés compuesto acumulado durante varios años podemos seguir los siguientes pasos:

a) se calcula el interés simple por un año sobre el capital inicial.

b) se suma el interés con el capital inicial para determinar el capital del segundo año.

c) para el segundo año se calcula el interés simple sobre el capital del segundo año.

d) se suma este nuevo interés al capital del segundo año para determinar el capital del tercer año.

e) para el tercer año se calcula el interés simple sobre el capital del tercer año.

f) se suma este nuevo interés al capital del tercer año y así puede continuarse con este método en años sucesivos.

10.5. Problemas resueltos de interés compuesto

1) ¿En cuánto se convertirán $ 3 000 colocados por 3 años a un interés compuesto del 6 % anual?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 3 000
r = 6 %
t = 1 año.

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{3000 \times 6 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 180.$$

b) Capital del segundo año:

$$c = 3\,000 + 180$$
$$c = \$\ 3\,180$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 3 180
r = 6 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{3180 \times 6 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 190.80$$

d) Capital del tercer año:

$$c = 3\,180 + 190.80$$
$$c = \$\ 3\,370.80$$

e) Interés del tercer año:

Datos:
c = $ 3 370.80
r = 6 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{3370.80 \times 6 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 202.25$$

f) Valor en que se convirtió el capital inicial:

$$c = 3\,370.80 + 202.25$$
$$c = \$\ 3\,573.05$$

Respuesta: el capital inicial se convirtió en $ 3 573.05.

2) Hace 2 años se prestaron $ 4 500 al 8 % anual de interés compuesto. Determine el capital recibido al cabo de esos dos años.

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 4 500
r = 8 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$
$$i = \frac{4500 \times 8 \times 1}{100}$$
$$i = \$\ 360$$

b) Capital del segundo año:

$$c = 4\,500 + 360$$
$$c = \$\ 4\,860$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 4 860
r = 8 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$
$$i = \frac{4860 \times 8 \times 1}{100}$$
$$i = \$\ 388.80$$

d) Capital recibido al cabo de esos 2 años:

$$c = 4\,860 + 388.80$$
$$c = \$\ 5\,248.80$$

Respuesta: el capital recibido al cabo de esos dos años es $ 5 248.80.

3) ¿Cuánto será el rédito de $ 50.00 al 5 % anual de interés compuesto en 4 años?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 50.00
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$
$$i = \frac{50 \times 5 \times 1}{100}$$
$$i = \$\ 2.50$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 50.00 + \$\ 2.50 = \$\ 52.50$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 52.50
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{\$\ 52.50 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 2.63$$

d) Capital del tercer año:

$$\$\ 52.50 + \$\ 2.63 = \$\ 55.13$$

e) Interés del tercer año:

Datos:
c = $ 55.13
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{55.13 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 2.75$$

f) Capital del cuarto año:

$$\$\ 55.13 + \$\ 2.75 = \$\ 57.88$$

g) Interés del cuarto año:

Datos:
c = $ 57.88
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{57.88 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 2.89$$

h) Capital final:

$$\$\ 57.88 + \$\ 2.89 = \$\ 60.77$$

i) El total de los intereses será:

$$\$\ 2.50 + \$\ 2.63 + 2.75 + \$\ 2.89 = \$\ 10.77$$

Respuesta: el rédito será de $ 10.77.

4) ¿Cuánto será el rédito de $ 200.00 prestados al interés compuesto de 3 % anual durante 2 años?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 200.00
r = 3 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{200 \times 3 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 6.00$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 200.00 + \$\ 6.00 = \$\ 206.00$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 206.00
r = 3 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{206 \times 3 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 6.18$$

d) El interés total será:

$$\$\ 6.00 + \$\ 6.18 = \$\ 12.18$$

e) El capital será:

$$\$\ 206.00 + \$\ 6.18 = \$\ 212.18$$

Respuesta: el rédito será de $ 12.18.

5) ¿Cuál es el rédito de $ 150.00 colocados al 5 % anual de interés compuesto durante 2 años?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 150.00
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{150 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 7.50$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 150.00 + \$\ 7.50 = \$\ 157.50$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 157.50
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{157.5 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 7.88$$

d) Total de los intereses:

$$\$\ 7.50 + \$\ 7.88 = \$\ 15.38$$

e) El capital será:

$$\$ 157.50 + \$ 7.88 = \$ 165.38$$

Respuesta: el rédito será de $ 15.38.

6) El 2 de marzo de 1976 una persona colocó $ 200.00 al 5 % anual d interés compuesto. ¿Cuánto debió recibir por capital e interés el 2 de marzo d 1978?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 200.00
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{200 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$ 10.00$$

b) Capital del segundo año:

$$\$ 200.00 + \$ 10.00 = \$ 210.00$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 210.00
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{210 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$ 10.50$$

d) El interés total será:

$$\$ 10.00 + \$ 10.50 = \$ 20.50$$

e) El capital será:

$$\$ 210.00 + \$ 10.50 = \$ 220.50$$

Respuesta: recibió un capital de $ 220.50 y un interés de $ 20.50.

7) El 1 de noviembre de 1976 una persona depositó $ 550.50 al 3 % anu de interés compuesto. ¿Cuánto recibió el primero de noviembre de 1979?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 550.50
r = 3 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{550.50 \times 3 \times 1}{100}$$

$$i = \$ 16.51$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 550.50 + \$\ 16.51 = \$\ 567.01$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 567.01
r = 3 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{567.01 \times 3 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 17.01$$

d) capital del tercer año:

$$\$\ 567.01 + \$\ 17.01 = \$\ 584.02$$

e) Interés del tercer año:

Datos
c = $ 584.02
r = 3 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{584.02 \times 3 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 17.52$$

$$\$\ 584.02 + \$\ 17.52 = \$\ 601.54$$

Respuesta: el primero de noviembre de 1979 la persona recibió $ 601.54.

8) Hace 2 años se prestaron $ 350.00 al 5 % anual de interés compuesto. ¿Cuánto será el capital recibido al cabo de los dos años?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 350.00
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{350 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 17.50$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 350.00 + \$\ 17.50 = \$\ 367.50$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 367.50
r = 5 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{367.50 \times 5 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 18.40$$

d) Capital recibido:

$$\$\ 367.50 + \$\ 18.40 = \$\ 385.90$$

Respuesta: el capital recibido a los dos años es $ 385.90.

9) El 25 de enero de 1978 el señor García depositó $ 675.00 al 6 % anual de interés compuesto. ¿Cuánto recibirá el 25 de enero de 1980?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 675.00
r = 6 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{675 \times 6 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 40.50$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 675.00 + \$\ 40.50 = \$\ 715.50$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 715.50
r = 6 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{715.5 \times 6 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 42.93$$

d) Capital recibido el 25 de enero de 1980:

$$\$\ 715.50 + \$\ 42.93 = \$\ 758.43$$

Respuesta: el 25 de enero de 1980 recibirá $ 758.43.

10) ¿Cuál será el capital recibido si se prestaron $ 950.00 al 4 % anual de interés compuesto en 2 años?

a) Interés del primer año:

Datos:
c = $ 950.00
r = 4 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{950 \times 4 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 38.00$$

b) Capital del segundo año:

$$\$\ 950.00 + 38.00 = \$\ 988.00$$

c) Interés del segundo año:

Datos:
c = $ 988.00
r = 4 %
t = 1 año

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{100}$$

$$i = \frac{988 \times 4 \times 1}{100}$$

$$i = \$\ 39.52$$

d) Capital recibido:

$$\$\ 988.00 + \$\ 39.52 = \$\ 1\,027.52$$

Respuesta: el capital recibido será de $ 1 027.52.

Ejercicio 52

Problemas propuestos:

Calcular las cantidades en que se transformarán los capitales siguientes prestados a interés compuesto.

1) $ 500.00 al 5 % en 2 años.
2) $ 250.00 al 3 % en 3 años.
3) $ 350.00 al 4 % en 2 años.
4) $ 150.00 al 2 % en 3 años.
5) $ 250.00 al 3 % en 3 años.
6) $ 550.00 al 3 % en 3 años.
7) Se han prestado $ 270.00 al 5 % anual de interés compuesto. ¿Cuánto sumará al cabo de 2 años el capital?
8) Se prestaron $ 455.00 al 3 % anual de interés compuesto. ¿Cuánto alcanzará el capital a los 3 años?
9) Hace 2 años se prestaron $ 175.00 al 4 % anual de interés compuesto. ¿Cuál es el interés alcanzado?
10) ¿Cuál es el rédito de $ 75.70 al 6 % anual de interés compuesto en 2 años?
11) ¿Qué capital alcanzará un depósito de $ 775.00 al 3 % anual en 2 años?
12) ¿Cuál será el interés obtenido, luego de depositar $ 1 300 al 4 % anual en 3 años?
13) ¿Cuánto será el capital alcanzado por un señor que depositó $ 850 al 5 % anual con un tiempo de 2 años.
14) Si se depositan $ 500.00 al 3 % anual de interés compuesto. ¿Cuánto alcanzará al cabo de los dos años el capital?
15) Calcule el capital en que se transformará un depósito de $ 920.00 al 2 % anual en 2 años.

AUTOEXAMEN 10

Seleccione la respuesta correcta.

1. El beneficio producido por el capital recibe el nombre de:

   a) capital.
   b) interés.
   c) tanto por ciento.
   d) tiempo.

   a b c d e
   1. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

2. El interés de $ 475.00 al 5 % anual en 8 meses es:

   a) $ 14.83
   b) $ 17.83
   c) $ 15.83
   d) $ 16.83
   e) $ 18.83

   a b c d e
   2. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

3. El interés de $ 2 870.00 al 3 % anual en 75 días es:

   a) $ 17.93
   b) $ 15.00
   c) $ 18.00
   d) $ 19.83
   e) $ 20.73

   a b c d e
   3. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

4. El interés de $ 670.00 al 4 % en 12 meses es:

   a) $ 25.80
   b) $ 24.00
   c) $ 27.00
   d) $ 29.80
   e) $ 26.80

   a b c d e
   4. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

5. ¿A qué tanto por ciento se deben colocar $ 1200.00 para que produzcan $ 25.00 en 10 meses?

   a) 5 %
   b) 4 %
   c) 3.5 %
   d) 3 %
   e) 2.5 %

   a b c d e
   5. ☐ ☐ ☐ ☐ ☐

6. ¿Cuál es el capital que colocado al 8 % produce $ 20.00 de interés en 90 días?

a) $ 1 000.00
b) $ 1 200.00
c) $ 1 500.00
d) $ 800.00
e) $ 2 000.00

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. ¿Cuánto tiempo tardó un capital de $ 5 500 para producir al 6 % de interés anual un interés de $ 110.

a) 1 año.
b) 4 años.
c) 2 años.
d) 3 años.
e) 5 años.

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. ¿En cuánto se transformarán $ 150.00 al 3 % anual de interés compuesto al cabo de 2 años?

a) $ 161.25
b) $ 158.12
c) $ 160.75
d) $ 159.14
e) $ 163.18

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. ¿En cuánto se transformarán $ 250.00 al 2 % anual de interés compuesto al cabo de dos años?

a) $ 270
b) $ 275.15
c) $ 265.25
d) $ 260.10
e) $ 262.30

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Calcule el capital acumulado por un señor que prestó $ 3 450.00 al 4 % en 2 años.

a) $ 3 500.00
b) $ 3 731.52
c) $ 3 700.00
d) $ 3 800.00
e) $ 3 750.00

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

11. Descuento bancario

11.1. Concepto

Existen muchas transacciones comerciales que no se liquidan en efectivo o con cheques bancarios; en las mismas el proveedor de una mercancía o servicio acepta un documento llamado **pagaré,** que representa una promesa de pago hasta la fecha de su vencimiento, cuando puede hacerlo efectivo por su valor nominal.

Estos documentos pueden negociarse en una entidad bancaria antes de su vencimiento, en un tipo de operación en que el banco anticipa su pago rebajando de su valor nominal una cantidad que equivale al interés correspondiente al período comprendido entre la fecha de su negociación y la fecha de su vencimiento. La rebaja que sufre el pagaré en esta operación recibe el nombre de **descuento bancario.**

11.2. Tipos de descuento bancario

Existen dos tipos de descuento bancario:

a) sin interés
b) con interés

El descuento bancario de pagarés **sin interés** se calcula sobre el valor nominal del documento.

El descuento bancario de pagarés **con interés** se calcula sobre el valor que tendría el documento en la fecha de su vencimiento, siendo dicho valor la suma del valor nominal más el interés.

11.3. Período de descuento

En el texto de todo pagaré aparece expresada la fecha de su vencimiento o indicado el plazo a que ha sido emitido (30 días, 6 meses, 1 año, etc.) por el que podría precisarse su vencimiento.

El **período de descuento** puede calcularse exactamente tomando como base la fecha en que quiere negociarse su descuento y la fecha de su vencimiento.

Este período de descuento es el plazo al que debe aplicarse el tipo de interés para determinar el descuento bancario.

Para determinar el período de descuento contamos los días desde la fecha del descuento hasta la fecha de su vencimiento, no se incluye el primer día, o sea, el día en que se efectúa el descuento pero sí se cuenta el último día, o sea, el día del vencimiento.

Se debe tener en cuenta que si en el documento el plazo está expresado en días, se contarán días reales, y si lo está en meses, se calcularán meses todos iguales de 30 días.

Ejemplo 1:

Halle la fecha de vencimiento y período de descuento de un pagaré a 3 meses, fechado en mayo 15 y descontado en julio 20.

Respuesta:

Fecha de vencimiento: 3 meses desde mayo 15; agosto 15.

Período de descuento: desde julio 20 a agosto 15; 26 días que constituyen el número exacto de días entre julio 20 y agosto 15 (no se incluye el primer día pero sí el último).

Ejemplo 2:

Halle la fecha de vencimiento y período de descuento de un pagaré a 90 días fechado en mayo 15 y descontado en julio 20.

Respuesta:

Fecha de vencimiento: 90 días desde mayo 15: agosto 13.

Período de descuento: desde julio 20 a agosto 15: 24 días que constituyen el número exacto de días entre julio 20 y agosto 13 (no se incluye el primer día pero sí el último).

Ejercicio 53

1) Un inversionista emite un pagaré con fecha 15 de noviembre, con vencimiento a 90 días. Lo descuenta el 23 de diciembre. Calcule la fecha de vencimiento y el período de descuento.
2) Un banquero emite un pagaré con fecha 25 de noviembre, con vencimiento a 90 días. Lo descuenta el 23 de diciembre. Calcule la fecha de vencimiento y el período de descuento.
3) Un constructor emite un pagaré con fecha 10 de enero, con vencimiento a 3 meses. Lo descuenta el 5 de marzo. Calcule la fecha de vencimiento y el período de descuento.

4) Un industrial emite un pagaré con fecha 16 de julio, con vencimiento a 35 días. Lo descuenta el 1 de agosto. Calcule la fecha de vencimiento y el período de descuento.
5) Un comerciante emite un pagaré con fecha 15 de febrero, con vencimiento 2 meses. Lo descuenta el 20 de marzo. Calcule la fecha de vencimiento y el período de descuento.
6) María Collado, comerciante, emite un pagaré con fecha 8 de marzo, con vencimiento a 5 meses. Lo descuenta el 20 de marzo. Calcule usted la fecha de vencimiento y el período de descuento.
7) Rogelio Benítez, comerciante, emite un pagaré con fecha 25 de mayo, con vencimiento a 5 meses. Lo descuenta el 15 de agosto. Calcule usted la fecha de vencimiento y el período de descuento.
8) Andrés Rodríguez, industrial, emite un pagaré con fecha 6 de julio, con vencimiento a 35 días. Lo descuenta el 1.º de agosto. Calcule usted la fecha de vencimiento y el período de descuento.
9) Eugenio Suárez, industrial, emite un pagaré con fecha 5 de febrero, con vencimiento a 3 meses. Lo descuenta el 30 de marzo. Calcule usted la fecha de vencimiento y el período de descuento.
10) Dolores Pérez, inversionista, emite un pagaré con fecha 1 de abril, con vencimiento a 70 días. Lo descuenta el 3 de mayo. Calcule usted la fecha de vencimiento y el período de descuento.

11.4. Valor efectivo de un pagaré descontado

El **valor efectivo** de un pagaré una vez que se aplica el descuento bancario depende del tipo de pagaré de que se trate, veamos cada caso.

a) Pagaré sin interés:

Valor efectivo = Valor nominal − Descuento bancario sobre valor nominal.

b) Pagaré con interés:

$$\text{Valor efectivo} = \text{Valor nominal} + \text{Intereses} - \text{Descuento bancario sobre valor de vencimiento.}$$

c) Pagaré con gastos de cobro.

Cuando el banco carga gastos de cobro, éstos se calculan sobre el valor nominal en el caso de pagarés sin interés y sobre el valor de vencimiento (valor nominal + intereses en el caso de pagarés con interés).

$$\text{Valor efectivo} = \text{Valor nominal} - \text{Descuento bancario} - \text{Gastos de cobro.}$$

Ejemplo 1:

Halle el valor efectivo del siguiente pagaré si es descontado el 13 de abril al 6 %.

— $ 485 — San Juan, marzo 9, 1983.

A sesenta días ..... Fecha ..... pagaré ..... a la orden de

..... Carlos Rodríguez .....

Cuatrocientos ochenta y cinco 00 ..... dólares

en ..... El Banco Comercial .....

Valor recibido .....

N.º 15 ..... Vence en mayo 8, 1983 ..... Carlos González

Solución:

Valor nominal del pagaré:	$ 485
— fecha de vencimiento:	mayo 8
— período de descuento:	25 días
— descuento bancario:	$ 2.02
— valor efectivo:	$ 482.98

— La fecha de vencimiento se calcula sesenta días a partir de marzo 9, o sea, el 8 de mayo.

— El período de descuento es el número de días del 13 de abril a mayo 8, o sea, 25 días (el primer día no se tiene en cuenta pero sí el último).

— Descuento bancario:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$$

$$i = \frac{485 \cdot 6 \cdot 25}{36000}$$

$$i = \$\ 2.02$$

— Valor efectivo = Valor nominal − Descuento bancario sobre valor nominal.

$$\text{Valor efectivo} = \$\ 485 - \$\ 2.02$$
$$\text{Valor efectivo} = \$\ 482.98$$

Respuesta: el valor efectivo del pagaré es $ 482.98.

Ejemplo 2:

Halle el valor efectivo del siguiente pagaré si es descontado en agosto 11, al 5 % teniendo además 1/4 % de gastos por cobro.

— $ 1 500 — Madrid, julio 18, 1983.

A sesenta días ..... Fecha ..... pagaré ..... a la orden de

..... Juan Hernández .....

Mil quinientos 00 ..... dólares

en ..... El Banco Agrícola .....

Valor recibido .....

N.º 75 ..... Vence: septiembre 16, 1983 ..... Pedro Pérez .....

Solución:

Valor nominal del pagaré:	$ 1 500
— fecha de vencimiento:	sept. 16
— período de descuento:	36 días
— descuento bancario:	$ 7.50
— gastos de cobro:	$ 3.75
— total de gastos:	$ 11.25
— valor efectivo:	$ 1 488.75

— La fecha de vencimiento se calcula sesenta días a partir de julio 18, o sea, el 16 de septiembre.

— El período de descuento es el número de días del 18 de julio a septiembre 16, o sea, 36 días.

— Descuento bancario:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$$

$$i = \frac{1\,500 \cdot 5 \cdot 36}{36000}$$

$$i = \$\ 7.50$$

— Gastos de cobro:

$$\$\ 1\,500 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 1/4\,\%$$

$$x = \frac{1/4 \cdot 1500}{100}$$

$$x = \$\ 3.75$$

— Total de gastos = 7.50 + 3.75 = $ 11.25

— Valor efectivo = Valor nominal − total de gastos.

Valor efectivo = 1 500 − 11.25

Valor efectivo = $ 1 488.75

Respuesta: el valor efectivo del pagaré es $ 1 488.75.

Ejemplo 3:

Halle el valor efectivo neto del siguiente pagaré con interés, si es descontado en enero 4 al 7 % con 1/10 % por cobro, tipo de interés 5 %.

— $ 7 500 — Miami, diciembre 16, 1983.

A tres meses ..... Fecha ..... pagaré ..... a la orden de

..... Antonio Morales .....

Siete mil quinientos 00 ..... dólares

en ..... Banco Industrial .....

Valor recibido .....

N.° 215 ..... Vence: marzo 16, 1984 ..... Isabel Pérez .....

Solución:

Valor nominal del pagaré:	$ 7 500
— interés sobre el pagaré:	$ 93.75
— valor al vencimiento:	$ 7 593.75
— fecha de vencimiento:	marzo 16
— período de descuento:	71 días
— descuento bancario:	$ 104.84
— gastos de cobro:	$ 7.59
— total de cargos:	$ 112.43
— valor efectivo neto:	$ 7 481.32

— interés sobre el pagaré:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36\,000}$$

$$i = \frac{7500 \cdot 90 \cdot 5}{36\,000}$$

$$i = \$\ 93.75$$

— valor al vencimiento = 7 500 + 93.75 = $ 7 593.75.
— la fecha de vencimiento se calcula 3 meses a partir de diciembre 16, o sea, marzo 16.
— el período de descuento es el número de días del 4 de enero al 16 de marzo, o sea, 71 días.

— descuento bancario:

$$i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36\,000}$$

$$i = \frac{7593.75 \cdot 7 \cdot 71}{36\,000}$$

$$i = \$\ 104.84$$

— gastos de cobro:

$$\$\ 7\,593.75 \text{ ——— } 100\,\%$$
$$x \text{ ——— } 1/10\,\%$$
$$x = \frac{7593.75 \cdot 1/10}{100}$$
$$x = \$\ 7.59$$

— total de cargos = 104.84 + 7.59 = $ 112.43
— valor efectivo neto = 7 593.75 − 112.43 = $ 7 481.32

Respuesta: el valor efectivo neto del pagaré es $ 7 481.32.

Ejercicio 54

En los ejercicios que se proponen a continuación el lector debe guiarse por el orden y método que se aplicaron en los ejemplos anteriores.

1) Halle en los siguientes ejercicios:
   a) fecha de vencimiento
   b) período de descuento
   c) descuento bancario
   d) valor efectivo

   A) Un pagaré cuyo valor nominal es $ 450, con fecha junio 10, a treinta días y descontado el 7 de julio. Tipo de descuento 6 %.

   B) Un pagaré de valor nominal $ 570, de fecha mayo 15, a 70 días y descontado el 20 de junio. Tipo de descuento 6 %.

2) Halle en los siguientes ejercicios:
   a) fecha de vencimiento
   b) período de descuento
   c) descuento bancario
   d) gastos de cobro
   e) total de cargos
   f) valor efectivo neto

   A) Un pagaré con valor nominal de $ 175, con fecha marzo 15, a 3 meses, descontado el 25 de marzo. Tipo de descuento: 5 %. Tipo de cobro: 1/2 %.

   B) Un pagaré de valor nominal $ 570, con fecha junio 20, a 50 días, descontado el 21 de julio. Tipo de descuento: 5 %. Tipo de cobro: 1/8 %.

3) Halle en los siguientes ejercicios:
   a) el interés sobre el pagaré
   b) valor al vencimiento
   c) fecha de vencimiento
   d) período de descuento
   e) descuento bancario
   f) gastos de cobro
   g) total de cargos
   h) valor efectivo neto

A) Un pagaré cuyo valor nominal es de $ 2 250 a tres meses, con fecha noviembre 10 y un interés del 4 %. La fecha de descuento es diciembre 14 y el tipo de descuento del 5 %. Tipo de cobro: 1/4 %.
B) Un pagaré de $ 1 800 de valor nominal, a 70 días, con fecha 4 de abril y un interés del 8 %. Descontado el 10 de mayo con un interés del 7 %. Gastos de cobro: 1/5 %.

11.5. Descuento de letras de cambio

La **letra de cambio** es un efecto transferible mediante el cual un librador ordena a un girado o librado el pago de cierta suma de dinero a la orden de un tomador en el plazo y lugar que se especifiquen.

Las letras de cambio pueden ser pagaderas de dos formas diferentes:

a) A x días vista.
b) A x días fecha.

La letra a **tiempo vista** debe contar con la aceptación del girado o librado y su fecha de vencimiento se calcula a partir de la fecha de aceptación, independientemente de la fecha que tenga el documento.

En la letra a **tiempo fecha** la fecha de vencimiento se calcula a partir de la fecha del documento.

Los cálculos para aplicar el descuento bancario a este tipo de documento son iguales a los que se aplican en el caso de los pagarés. Así mismo, una vez que se determina su vencimiento de acuerdo con sus características, el valor efectivo de una letra de cambio se halla del mismo modo que para los pagarés.

Ejemplo 1:

Halle la fecha de vencimiento y el período de descuento de la letra que aparece descontada el 1.º de marzo y que fue aceptada el 28 de febrero.

— $ 750 — Tampa, enero 31, 1983.

A tres meses vista ... se servirá ... Ud. ... mandar pagar por esta letra de cambio, a la orden de ..... Felipe Morales .....

setecientos cincuenta 00..... dólares

valor recibido..... que anotará.....

..... Ud. ..... En cuenta según aviso de

S. S A..... Ignacio Artiagas.....

..... New York..... Luis Sosa.....

Como la letra es pagadera a 3 meses vista el tiempo de vencimiento comenzará a contarse a partir de la fecha de aceptación independientemente de la fecha del documento.

Fecha de vencimiento: mayo 28, o sea, tres meses después de febrero 28.

Período de descuento: 88 días, desde marzo 1.° hasta mayo 28. Si esta letra de cambio en vez de ser a tres meses vista hubiese sido a meses fecha, o sea, tres meses después de la fecha, la fecha de vencimiento sería 3 meses después de enero 31, o sea, el 30 de abril.

Si la letra hubiese sido pagadera a 90 días fecha, la fecha de vencimiento sería 90 días después de enero 31, o sea, mayo 1.°

Ejemplo 2:

Halle el valor efectivo de la siguiente letra, aceptada en julio 11 y descontada en julio 27, al 6 %, comisión por cobro 1/4 %.

— $ 2 500 — Bogotá, julio 5, 1983.

A dos meses vista..... se servirá..... Ud..... pagar a la orden de..... Martín Villa.....

Dos mil quinientos 00..... dólares

Valor recibido..... que anotará..... Ud..... en cuenta, según de B.D.

A..... J. Ruiz.

Caracas M. Miranda.

Solución:

Valor nominal de la letra:	$ 2 500
— fecha de vencimiento:	sept. 11
— período de descuento:	46 días
— descuento bancario:	$ 19.17
— comisión por cobro:	$ 6.25
— total de cargos del banco	$ 25.42
— valor efectivo de la letra:	$ 2 474.58

— fecha de vencimiento: dos meses a partir de julio 11, o sea, el 11 de septiembre.

— período de descuento: 46 días, de julio 27 a septiembre 11.

— descuento bancario: $i = \frac{c \cdot r \cdot t}{36000}$

$$i = \frac{2500 \cdot 6 \cdot 46}{36000}$$

$$i = \$\ 19.17$$

— comisión por cobro:

$$\begin{array}{ll} \$\ 2500 & \text{———} \ 100\,\% \\ x & \text{———} \ 1/4\,\% \end{array}$$

$$x = \frac{2500 \cdot 1/4}{100}$$

$$x = \$\ 6.25$$

— total de cargos = 19.17 + 6.25 = $ 25.42.
— valor efectivo de la letra = 2 500 − 25.42 = $ 2 474.58.

Respuesta: el valor efectivo de la letra es $ 2 474.58.

Ejercicio 55

1) Halle la fecha de vencimiento y el período de descuento en cada una de las siguientes letras:

Letra	*Fecha de la letra*	*Pagadera*	*Fecha de aceptación*	*Fecha de descuento*
A	Marzo 14	A 65 días vista	Marzo 25	Abril 7
B	Mayo 26	A 110 días fecha	Junio 16	Julio 25
C	Julio 28	A 3 meses fecha	Agosto 5	Sept. 6
D	Sept. 25	A 4 días vista	Oct. 21	Nov. 10
E	Nov. 7	A 50 días fecha	Dic. 14	Dic. 23

2) Halle la fecha de vencimiento, el período de descuento, el descuento bancario, la comisión de cobro y el valor efectivo de las siguientes letras:

	A	*B*	*C*
Valor nominal	$ 5 350	$ 2 315	$ 5 375
Fecha de la letra	junio 15	enero 11	julio 22
Tiempo	60 días vista	4 meses fecha	60 días fecha
Fecha de aceptación	julio 7	febrero 18	agosto 22
Fecha de descuento	julio 20	abril 1	agosto 29
Tipo de descuento	5 %	4 %	7 %
Comisión de cobro	(1/8 %)	(1/10 %)	(1/4 %)

AUTOEXAMEN 11

Seleccione la respuesta correcta.

1. La fecha de vencimiento de un pagaré a 2 meses, de fecha febrero 5, es:

   a) 5 de abril.
   b) 5 de marzo.
   c) 4 de abril.
   d) 6 de abril.
   e) 1 de abril.

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. La fecha de vencimiento de un pagaré a 75 días, de fecha mayo 7 es:

   a) 21 de junio.
   b) 21 de julio.
   c) 20 de julio.
   d) 22 de julio.
   e) 20 de junio.

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. El período de descuento de un pagaré, de fecha noviembre 15, y descontado en diciembre 4, es:

   a) 63 días.
   b) 73 días.
   c) 72 días.
   d) 74 días.
   e) 71 días.

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. El período de descuento de un pagaré a 40 días, de fecha abril 7, y descontado en mayo 15 es:

   a) 6 días.
   b) 3 días.
   c) 2 días.
   d) 4 días.
   e) 5 días.

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. El período descuento de un pagaré de 5 meses, de fecha diciembre 27, y descontado en enero 9, es:

   a) 138 días.
   b) 139 días.
   c) 137 días.
   d) 140 días.
   e) 128 días.

   5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. El período de descuento de un pagaré de 60 días, de fecha junio 15, y descontado en julio 5, es:

a) 50 días.
b) 30 días.
c) 41 días.
d) 40 días.
e) 31 días.

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. El valor efectivo de un pagaré de $ 900, a 60 días, de fecha febrero 1, y descontado en marzo 2 al 5 % es:

a) $ 895.10
b) $ 898.14
c) $ 890.00
d) $ 876.12
e) $ 896.12

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. El valor efectivo de un pagaré de $ 275, a 3 meses, de fecha febrero 15, y descontado en abril 4, al 6 % es:

a) $ 263.00
b) $ 283.50
c) $ 272.15
d) $ 275.25
e) $ 273.12

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. El valor efectivo de una letra de $ 350, fechada en febrero 20 y pagadera a 15 días fecha, habiendo sido aceptada en febrero 27, y descontada en marzo 1, al 4.5 % anual es:

a) $ 348.15
b) $ 347.00
c) $ 349.74
d) $ 346.15
e) $ 345.74

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. El valor efectivo de una letra de $ 75, fechada en enero 7 y pagadera a 45 días vista, habiendo sido aceptada en febrero 2 y descontada en marzo 1, al 4 % anual es:

a) $ 72.85
b) $ 72.00
c) $ 73.85
d) $ 74.85
e) $ 74.00

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

12. Sistema de medidas

12.1. Medidas

Para medir una **magnitud** es necesario compararla con otra de su **misma especie** que arbitrariamente se toma como unidad. El resultado de la medición es la medida de la magnitud y generalmente se expresa mediante un número seguido de la unidad utilizada. Cuando se realiza una medición en esta forma se dice que se ha realizado una **medición directa.**

Ejemplo:

Medir la longitud de una habitación con una cinta métrica.

En muchas ocasiones el valor de ciertas magnitudes se obtiene por métodos indirectos, por ejemplo, aplicando una determinada fórmula, en este caso se dice que se ha realizado una **medición indirecta.** Veamos un ejemplo.

Queremos determinar la densidad de un cuerpo, para ello podemos proceder de la siguiente forma:

1) Medimos su masa mediante una balanza (medición directa).
2) Medimos su volumen mediante una probeta (medición directa).

Calculamos su densidad por la fórmula (medición indirecta):

$$d = \frac{m}{V}$$

En la antigüedad se adoptaron innumerables unidades de medición por los distintos pueblos, en un principio se utilizaron como unidades partes del cuerpo humano como el palmo, pie, codo, braza, paso, etc.

Lógicamente estas unidades variaban de una zona a otra. El posterior desarrollo de la civilización y el comercio multiplicó las dificultades debidas a este anárquico sistema.

En cierta ocasión un profesor definió los sistemas de medidas como un desorden muy bien organizado.

El orden en las mediciones comenzó mediante un decreto del 8 de mayo de 1790 de la Asamblea Nacional de Francia, por el que se crearon distintas comisiones para estudiar el problema de las unidades de medición. El fruto de

este trabajo fue el Sistema Métrico Decimal que se convirtió en Ley (en Francia) el 1 de noviembre de 1799.

El Sistema Métrico Decimal se ha convertido (después de sufrir algunas modificaciones) en el Sistema Internacional (S.I.) adoptado por la mayor parte de las naciones.

12.2. Sistema Internacional (S.I.)

En el **Sistema Internacional** (al igual que en todo sistema de unidades) existen dos tipos de magnitudes.

a) Magnitudes fundamentales.
b) Magnitudes derivadas.

Las **magnitudes fundamentales** son elegidas en forma arbitraria y no pueden definirse en función de ninguna otra. Ejemplo: m, Kg, s, etc.

Las **magnitudes derivadas** se definen a partir de las fundamentales. Ejemplo: m/s, Km/h, etc.

Las unidades fundamentales del Sistema Internacional (S.I.) fueron fijadas en forma definitiva en la 14.ª Conferencia General de Pesas y Medidas que se celebró en París en 1971.

12.3. Unidades fundamentales del Sistema Internacional (S.I.)

Magnitud	*Unidad de medida*	*Símbolo*
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	Kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de la corriente eléctrica	Ampere	A
Temperatura termodinámica	grado Kelvin	°K
Intensidad de la luz	candela	cd

12.4. Múltiplos y submúltiplos

Para una valoración más cómoda de las diversas magnitudes se utilizan, además de las unidades principales, **múltiplos** y **submúltiplos** de las mismas.

A continuación brindamos los prefijos, símbolos y el factor por el que multiplican la unidad.

Múltiplos:

Prefijo	*Símbolo*	*Factor por el que multiplican a la unidad*
Deca	da	10 (10^1)
Hecto	h	100 (10^2)
Kilo	K	1 000 (10^3)
Mega	M	1 000 000 (10^6)
Giga	G	1 000 000 000 (10^9)
Tera	T	1 000 000 000 000 (10^{12})

Submúltiplos:

Prefijo	*Símbolo*	*Factor por el que multiplican a la unidad*
Deci	d	0.1 (10^{-1})
Centi	c	0.01 (10^{-2})
Mili	m	0.001 (10^{-3})
Micro	μ	0.000001 (10^{-6})
Nano	n	0.000000001 (10^{-9})
Pico	p	0.000000000001 (10^{-12})

Como podrá apreciar el lector en el sistema métrico la formación de múltiplos y submúltiplos es muy sencilla porque basta multiplicar o dividir por 10 para formarlos.

12.5. Medida del tiempo

El **tiempo** es la única magnitud en la que se han puesto de acuerdo todos los sistemas de unidades, pues todos tienen como base el **segundo.**

La definición del segundo se basaba en la rotación terrestre, ya que se definía como 1/86 400 partes del día solar medio. Esta definición no es muy exacta porque la rotación terrestre es variable y no uniforme. Cuando se creó el Sistema Internacional se redefinió el segundo como:

«La duración de 9 192 631 270 períodos de la radiación correspondiente a la transición entre los dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo de cesio 133».

Esta definición en apariencia complicada tiene grandes ventajas, en primer lugar es 400 veces más fiable que la anterior, y este experimento puede reproducirse en cualquier laboratorio de Física especializado, por lo que puede obtenerse un patrón de tiempo exacto en cualquier momento y lugar.

12.6. Medidas de longitud

Las medidas de longitud son las que sirven para determinar la extensión en **una sola dimensión,** por ejemplo, la longitud de una habitación, la altura de una torre, etc.

La unidad de longitud más utilizada es el **metro** y sus múltiplos y submúltiplos.

Múltiplos del metro:

Decámetro (dam) = 10 m
Hectómetro (hm) = 100 m
Kilómetro (Km) = 1 000 m
Megámetro (Mm) = 1 000 000 m
Gigámetro (Gm) = 1 000 000 000 m
Terámetro (Tm) = 1 000 000 000 000 m

Submúltiplos del metro:

Decímetro (dm) = 1/10 (0.1) m
Centímetro (cm) = 1/100 (0.01) m
Milímetro (mm) = 1/1 000 (0.001) m
Micrómetro (μm) = 1/1 000 000 (0.000 001) m
Nanómetro (nm) = 1/1 000 000 000 (0.000 000 001) m
Picómetro (pm) = 1/1 000 000 000 000 (0.000 000 000 00 1) m

También se usa con frecuencia el Angstrom (Å) que es igual a 0.0000000001 m.

12.7. Definición del metro

A lo largo de su historia el **metro** ha tenido tres definiciones, la primera de ellas data del 1 de noviembre de 1799:

«El metro representa la diezmillonésima parte del cuadrante de meridiano terrestre.»

Posteriormente el 26 de septiembre de 1899 quedó reconocido un nuevo patrón depositado en la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de Sevres, París, Francia. El mismo se definía como:

«Metro es la longitud entre dos trazos marcados en una barra de sección en forma de X, construida de platino puro aleado con una décima parte de iridio, también puro.»

De este nuevo patrón se sacaron 30 copias que se distribuyeron en diferentes países.

En el año 1971 quedó fijada definitivamente la nueva definición de metro por la 14.ª Conferencia General de Pesas y Medidas celebrada en París. La misma es la siguiente:

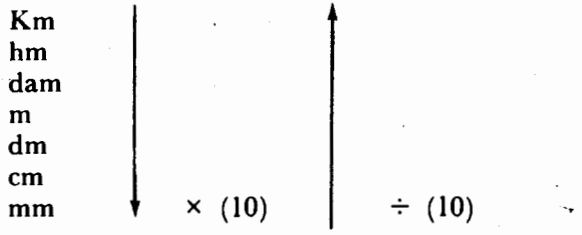
«Metro es la longitud igual a 1 650 763.73 longitudes de onda, en el vacío, de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles 2 p_{10} y 5 d_5 del átomo de Kriptón 86».

Esta definición se ha adoptado porque la longitud de onda de la luz anaranjada, producida por el átomo de Kriptón 86 al ser sometido a una descarga eléctrica se puede reproducir fácilmente en cualquier laboratorio de Física especializado, además de ser simple la obtención del Kriptón 86.

12.8. Conversiones

Las unidades de longitud son 10 veces mayores o menores unas que otras, por lo que basta ir multiplicando (o dividiendo) por 10 para pasar de una a otra. El lector debe recordar que para multiplicar por 10 basta añadir un cero si se trata de un número entero o correr el punto decimal un lugar a la derecha si se trata de un número decimal; para dividir por 10 se corre el punto decimal hacia la izquierda un lugar.

Un método práctico para el principiante consiste en colocar los múltiplos y submúltiplos en columna como se indica. Cuando la conversión es de una unidad mayor a otra menor se multiplica por 10 tantas veces como lugares haya y para convertir una unidad menor en otra mayor se divide por 10 tantas veces como lugares haya.



Ejemplos:

1) 5 Km a m = 5 × 1 000 = 5 000 m. Note el lector que de Km a m hay 3 lugares, como se va de una unidad mayor a otra menor se multiplica por 10, 3 veces, o sea, multiplicamos por 1 000.
2) 5.32 dam a cm = 5.32 × 1 000 = 5 320 cm. En este caso también hay 3 lugares del dam al cm y como vamos de una unidad mayor a otra menor multiplicamos por 1 000.
3) 20 mm a m = 20 ÷ 1 000 = 0.02 m. Del mm al m hay 3 lugares pero como la conversión es de una unidad menor a otra mayor se divide entre 1 000.
4) 25.4 m a hm = 25,4 ÷ 100 = 0.255 hm. Del m al hm hay 2 lugares y como vamos de una unidad menor a otra mayor dividimos por 100.

12.9. Otras unidades de longitud

Además del metro se utilizan principalmente en los países de habla inglesa otras unidades. A continuación brindamos algunas y sus equivalencias.

1 milla inglesa = 1 609 m
1 milla marina = 1 852 m
1 pie = 12 pulgadas
1 yarda = 3 pies
1 pulgada = 2.54 cm

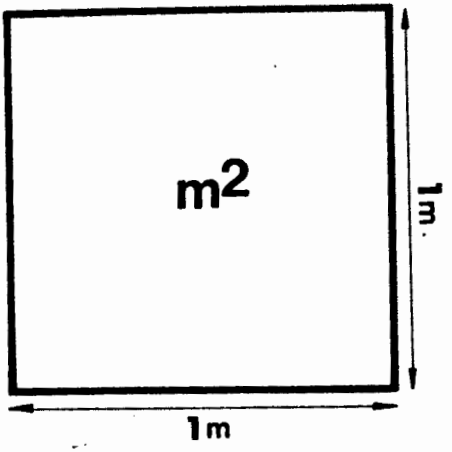
Ejercicio 56

1) 15 cm a dam
2) 8 Km a m
3) 3.75 cm a dm
4) 0.25 dm a mm
5) 4.82 dam a dm
6) 4 285.3 cm a m
7) 45 mm a m
8) 78 cm a m
9) 37.72 dam a Km
10) 3.5 pulg a cm
11) 4.1 millas inglesas a m
12) 3.5 millas marítimas a m

12.10. Medidas de superficie

Las medidas de superficie nos sirven para determinar una extensión considerada en dos dimensiones: **largo** y **ancho.**

La unidad de superficie en el Sistema Internacional es el **metro cuadrado** (m^2) que como se muestra en la figura es un cuadrado de 1 m de lado.



Múltiplos del metro cuadrado (m^2):

Decámetro cuadrado (dam^2) = 100 m^2
Hectómetro cuadrado (hm^2) = 10 000 m^2
Kilómetro cuadrado (Km^2) = 1 000 000 m^2

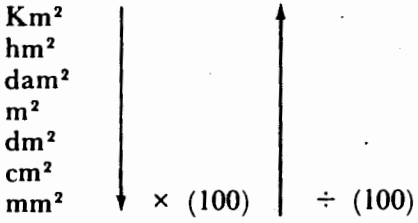
Submúltiplos del metro cuadrado (m^2):

Decímetro cuadrado (dm^2) = $1/100\ m^2$
Centímetro cuadrado (cm^2) = $1/10\,000\ m^2$
Milímetro cuadrado (mm^2) = $1/1\,000\,000\ m^2$

Como podrá apreciar el lector los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado (m^2) son sucesivamente 100 veces mayores o menores unos que otros.

12.11. Conversiones

Para efectuar las conversiones de una unidad de superficie a otra vamos multiplicando (o dividiendo) por 100 por cada lugar tal como se indica en la tabla.



Ejemplos:

1) $4.2\ m^2$ a $cm^2 = 4.2 \times 10\,000 = 42\,000\ cm^2$
2) $150\,000\ hm^2$ a $Km^2 = 150\,000 \div 100 = 1\,500\ Km^2$
3) $40\,215.1\ mm^2$ a $m^2 = 40\,215.1 \div 1\,000\,000 = 0.0402151\ m^2$
4) $0.0315\ dam^2$ a $m^2 = 0.0315 \times 100 = 3.15\ m^2$
5) $128\,000\ cm^2$ a $dam^2 = 128\,000 \div 1\,000\,000 = 0.128\ dam^2$

Ejercicio 57

Realizar las siguientes conversiones:

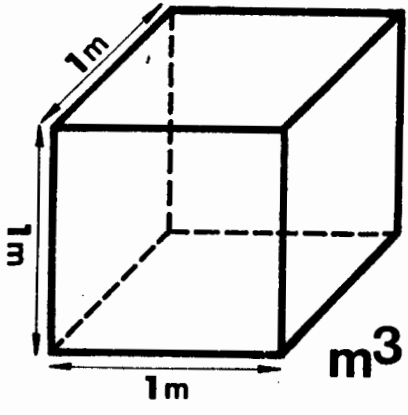
1) $25\ m^2$ a cm^2
2) $42.85\ mm^2$ a cm^2
3) $4\,287.2\ m^2$ a dam^2
4) $3.5\ hm^2$ a m^2
5) $405\,325\ m^2$ a Km^2
6) $3.5\ dm^2$ a cm^2
7) $40\,210.5\ mm^2$ a dm^2
8) $0.25\ Km^2$ a hm^2
9) $4.3\ hm^2$ a m^2
10) $12\,825.5\ dm^2$ a dam^2

12.12. Medidas de volumen

Las medidas de volumen nos sirven para determinar una extensión considerada en sus tres dimensiones: largo, ancho y altura.

La unidad de volumen en el Sistema Internacional es el metro cúbico (m^3) que como se muestra en la figura es cuerpo sólido limitado por 6 cuadrados iguales, paralelos dos a dos.

Metro cúbico (m^3)



Múltiplos del metro cúbico (m^3):

Decámetro cúbico (dam^3) = 1 000 m^3
Hectómetro cúbico (hm^3) = 1 000 000 m^3
Kilómetro cúbico (Km^3) = 1 000 000 000 m^3

Submúltiplos del metro cúbico (m^3):

Decímetro cúbico (dm^3) = 1/1 000 m^3
Centímetro cúbico (cm^3) = 1/1 000 000 m^3
Milímetro cúbico (mm^3) = 1/1 000 000 000 m^3

Los múltiplos y submúltiplos del metro cúbico (m^3) son sucesivamente 1 000 veces mayores o menores unos de otros.

12.13. Conversiones

Para efectuar las conversiones de una unidad de volumen a otra vamos multiplicando (o dividiendo) por 1 000 por cada lugar, veamos la siguiente tabla:

Km^3
hm^3
dam^3
m^3
dm^3
cm^3
mm^3

$\downarrow \times (1\,000)$ $\uparrow \div (1\,000)$

Olga Figueroa Raymondi de Stellibert

Ejemplos:

1) $0.25\ m^3$ a $cm^3 = 0.25 \times 1\,000\,000 = 250\,000\ cm^3$
2) $400\ dm^3$ a $m^3 = 400 \div 1\,000 = 0.4\ m^3$
3) $0.02\ dam^3$ a $m^3 = 0.02 \times 1\,000 = 20\ m^3$
4) $40\ mm^3$ a $cm^3 = 40 \div 1\,000 = 0.04\ cm^3$
5) $30\,000\ cm^3$ a $m^3 = 30\,000 \div 1\,000\,000 = 0.03\ m^3$

Ejercicio 58

Efectúe las siguientes conversiones:

1) $140\,000\ cm^3$ a m^3
2) $4.25\ m^3$ a dm^3
3) $450.5\ m^3$ a cm^3
4) $5\,200\ m^3$ a dam^3
5) $500\ cm^3$ a dm^3
6) $150\,000\,000\ m^3$ a Km^3

12.14. Medidas de capacidad

Las medidas de capacidad nos sirven para medir **áridos** como el arroz, trigo, etcétera, y **líquidos** como el agua, vino, etc.

La unidad de capacidad más utilizada es el **litro** (l); la misma equivale a la capacidad de un decímetro cúbico (dm^3).

Múltiplos del litro:

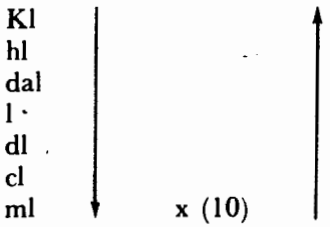
Decalitro (dal) = 10 litros
Hectolitro (hl) = 100 litros
Kilolitro (Kl) = 1 000 litros

Submúltiplos del litro:

Decilitro (dl) = 1/10 litro
Centilitro (cl) = 1/100 litro
Mililitro (ml) = 1/1000 litro

12.15. Conversiones

Las unidades de capacidad son 10 veces mayores o menores unas de otras, de manera que basta multiplicar (o dividir) por 10 por cada lugar para pasar de una a otra como se indica en la siguiente tabla:



Ejemplos:

1) 9.2 dl a l = 9.2 ÷ 10 = 0.92 litro
2) 4.82 dal a cl = 4.82 × 1 000 = 4 820 cl
3) 525 ml a cl = 525 ÷ 10 = 52.5 cl
4) 0.25 l a ml = 0.25 × 1 000 = 250 ml
5) 0.8 hl a l = 0.8 × 100 = 80 litros

Ejercicio 59

Realizar las siguientes conversiones:

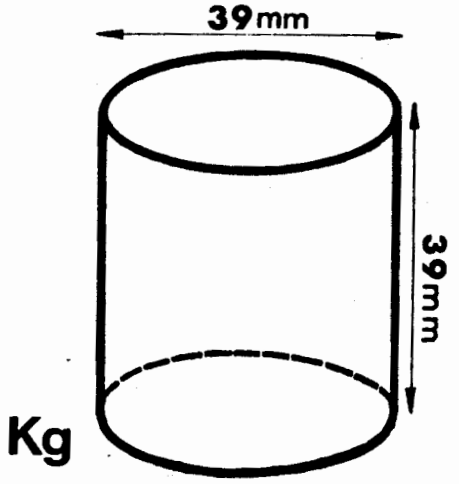
1) 6.5 l a cl
2) 0.27 hl a l
3) 42 000 cl a hl
4) 945 ml a l
5) 0.3 dl a ml
6) 455 dal a hl
7) 0.2 l a ml
8) 340 000 ml a hl

12.16. Medidas de peso

Las medidas de peso, como indica su nombre, nos sirven para determinar el **peso** de los cuerpos.

La unidad de peso es el **gramo** (g) que es el peso en el vacío de un centímetro cúbico (cm^3) de agua destilada a 4 °C.

En el Archivo de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas de París, Francia se conserva el kilogramo patrón (1 Kg = 1 000 g) que es una barra de platino e iridio con las dimensiones que se muestran en la figura.



Kilogramo patrón

Este kilogramo representa el peso en el vacío de un decímetro cúbico (dm^3) o litro (l) de agua destilada a una temperatura de 4 °C.

Múltiplos del gramo:

Decagramo (dag) = 10 g
Hectogramo (hg) = 100 g
Kilogramo (Kg) = 1 000 g

Submúltiplos del gramo:

Decigramo (dg) = 1/10 g
Centigramo (cg) = 1/100 g
Miligramo (mg) = 1/1 000 g

Otras unidades:

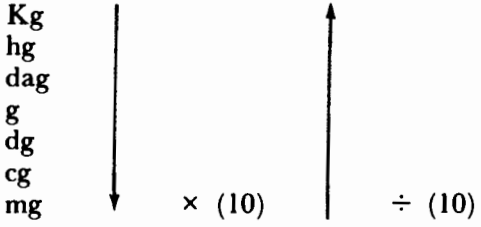
Quintal métrico = 100 Kg
Tonelada métrica = 1 000 Kg

En los países de habla inglesa se usa en el comercio la libra (lb).

1 lb = 453.59 g
1 kg = 2.2 lb

12.17. Conversiones

Las unidades de peso son 10 veces mayores o menores unas de otras por lo que basta multiplicar o dividir por 10 por cada lugar para hacer la conversión de una a otra.



Ejemplo:

1) 0.25 Kg a g = 0.25 × 1 000 = 250 g
2) 895 mg a g = 895 ÷ 1 000 = 0.895 g
3) 0.25 Kg a dag = 0.25 × 100 = 25 dag
4) 70 dg a dag = 70 ÷ 100 = 0.7 dag

5) 4.2 cg a mg = 4.2 × 10 = 42 mg
6) 3.2 quintal métrico a Kg = 3.2 × 100 = 320 Kg
7) 15 lb a g = 15 × 435.59 = 6 803.85 g
8) 4.5 Kg a lb = 4.5 × 2.2 = 9.9 lb
9) 2 toneladas métricas a Kg = 2 × 1 000 = 2 000 Kg

Ejercicio 60

Realizar las siguientes conversiones:

1) 15 cg a g
2) 9 250 mg a g
3) 3.2 Kg a g
4) 0.85 hg a dg
5) 43 825 mg a dg
6) 65 cg a dg
7) 6 quintales métricos a Kg
8) 0.25 ton métricas a Kg
9) 2.3 lb a g
10) 0.25 Kg a lb

12.18. Relación entre las medidas de capacidad, volumen y peso

1 Kl equivale a 1 m^3 y pesa 1 000 Kg
1 hl equivale a 100 dm^3 y pesa 100 Kg
1 dal equivale a 10 dm^3 y pesa 10 Kg
1 l equivale a 1 dm^3 y pesa 1 Kg
1 dl equivale a 100 cm^3 y pesa 100 g
1 cl equivale a 10 cm^3 y pesa 10 g
1 ml equivale a 1 cm^3 y pesa 1 g

NOTA IMPORTANTE: la relación en el peso sólo se cumple en el caso de agua destilada en el vacío y a una temperatura de 4 °C.

12.19. Problemas resueltos

1) ¿Cuánto costará 1 dm de alambre si 17 m cuestan $ 10.00?

Solución:

17 m a dm = 17 · 10 = 170 dm
170 dm ——— $ 10.00
1 dm ——— x

$$x = \frac{1 \cdot 10}{170}$$

x = $ 0.05

Respuesta: el decímetro costará $ 0.05.

2) Si el paso de un hombre es de 1.2 m. ¿Cuántos pasos tendría que dar para caminar 3.36 Km?

Solución: 3.36 Km a m = 3.36 · 1 000 = 3 360 m

1 paso ——— 1.2 m

x ——— 3 360 m

$$x = \frac{3360 \cdot 1}{1.2}$$

x = 2 800 pasos.

Respuesta: el hombre tendrá que dar 2 800 pasos.

3) Se quiere cercar un jardín rectangular que tiene 21 m de largo y 15 m de ancho. ¿Cuánto costará el trabajo si el metro de cerca cuesta $ 6.75?

Solución: Perímetro = 21 + 21 + 15 + 15 = 72 m

72 × 6.75 = $ 486.00

Respuesta: costará $ 486.00.

4) Si el m² de tierra se vende a razón de $ 3.75. ¿Cuánto costará un terreno en forma rectangular que tiene 170 m de largo por 65 m de ancho?

Solución: Area del terreno = 170 · 65 = 11 050 m²

1 m² ——— $ 3.75

11 050 m² ——— x

$$x = \frac{11050 \cdot 3.75}{1}$$

x = $ 41 437.50

Respuesta: el terreno costará $ 41 437.50.

5) Se quieren alfombrar 3 cuartos de una casa, las dimensiones de los mismos son las siguientes:

primer cuarto: 4.50 m de largo por 3.70 m de ancho
segundo cuarto: 5.75 m de largo por 3.70 m de ancho
tercer cuarto: 6.90 m de largo por 4.50 m de ancho

¿Cuánto costará todo el trabajo si el m² cuesta $ 6.75?

Solución:

Area del primer cuarto: 4.50 m × 3.70 m =	16.65 m²
Area del segundo cuarto: 5.75 m × 3.70 m =	21.27 m²
Area del tercer cuarto: 6.90 m × 4.50 m =	31.05 m²
Area total =	68.97 m²

Si: $1\ m^2$ ——— \$ 6.75
$68.97\ m^2$ ——— x

$$x = \frac{68.97 \cdot 6.75}{1}$$

$$x = \$\ 465.54$$

Respuesta: todo el trabajo costará \$ 465.54.

6) ¿Cuánto costarán $30\ m^3$ de un ácido si el dm^3 cuesta \$ 1.50?

Solución: $30\ m^3$ a $dm^3 = 30 \times 1\,000 = 30\,000\ dm^3$

Si: $1\ dm^3$ ——— \$ 1.50
$30\,000\ dm^3$ ——— x

$$x = \frac{30000 \cdot 1.50}{1}$$

$$x = \$\ 45\,000$$

Respuesta: costarán \$ 45 000.

7) ¿Cuántas latas de $25\ dm^3$ se necesitarán echar para llenar un estanque de $1\,200\ m^3$?

Solución: $25\ dm^3$ a $m^3 = 25 \div 1\,000 = 0.025\ m^3$
$1\,200\ m^3 \div 0.025\ m^3 = 48\,000$

Respuesta: se necesitarán 48 000 latas.

8) Un comerciante compra 3 toneles de vino. El 1.° contenía 26 hl, el 2.° 17 dal y el 3.° 176 dl. Si el precio del litro fue de \$ 0.21. ¿Cuánto importó la compra?

Solución:

26 hl a l = 26 × 100 =	2600 litros
17 dal a l = 17 × 10 =	170 litros
176 dl a l = 176 ÷ 10 =	17.6 litros
Total =	2787.6 litros

Si: 1 litro ——— \$ 0.21
2 787.6 litros ——— x

$$x = \frac{2787.6 \cdot 0.21}{1}$$

$$x = \$\ 585.40$$

Respuesta: la compra importó \$ 585.40.

9) Se desea llenar una piscina de 50 m de largo, 25 m de ancho, y 1.5 m de profundidad media. ¿Cuántos litros de agua son necesarios?

Solución: Volumen de la piscina: $50 \times 25 \times 1.5 = 1\,875\ m^3$
$1\,875\ m^3$ a $dm^3 = 1\,875 \times 1\,000 = 1\,875\,000\ dm^3$
Como 1 dm^3 equivale a 1 litro

Respuesta. haran falta 1 875 000 litros de agua.

10) ¿Cuántos tramos de cerca de 1.75 m cada uno se tendrán que poner para cercar ambos lados de una avenida de 61.6 Km de longitud?

Solución: 61.6 Km a m $= 61.6 \times 1\,000 = 61\,600$ m

Longitud total de la cerca: $61\,600 \times 2 = 123\,200$ m
Tramos de cerca: $123\,200 \div 1.75 = 70\,400$

Respuesta: se tendrán que poner 70 400 tramos de cerca.

Ejercicio 61

Resuelva los siguientes problemas:

1) Una pecera tiene agua hasta una altura de 90 cm, si la misma mide 76 cm de largo y 100 cm de ancho. ¿Cuál será el volumen ocupado por el agua? ¿Cuántos l de agua hacen falta para llenarla?
2) Se debe cercar un terreno de 57 m de largo y 43 m de ancho. ¿Cuántos m de alambre harán falta?
3) Un jardín cuadrado de 45.60 m de lado debe cercarse con alambre. ¿Qué longitud debe tener el alambre para que rodee 6 veces dicho terreno?
4) Un tanque contiene 7 230 hl de agua. ¿Cuántas tinajas de 10 l se podrán llenar?
5) El m^2 de un terreno vale \$ 3.50. Si el terreno tiene 450 dm por 367 cm. ¿Cuánto costará el terreno?
6) ¿Cuánto se debe pagar a un empapelador que cobra \$ 5.45 por m^2, si empapela 25 muros de 3.15 m de alto por 2.15 m de ancho?
7) Una piscina de 26 m de largo por 6.70 m de ancho y 4.50 m de profundidad se llena totalmente. ¿Cuántos l de agua se necesitarán?
8) ¿Cuál será el volumen de una masa de agua a 4 °C que pesa 567 Kg. Expréselo en m^3.
9) Un almacén que tiene 25 m de largo, 9 m de ancho y 3.60 m de alto se utiliza para guardar cajas que tienen 75 cm de largo, 30 cm de ancho y 25 cm de altura. ¿Cuántas cajas se podrán almacenar en este lugar?
10) Un comerciante vende 3 barriles de vino, el primero de 37 hl, el segundo de 16 dal y el tercero de 125 dl. Si el precio de venta del litro de vino fue de \$ 0.45., ¿a cuánto ascendió la venta?
11) Se necesita regar abono a un terreno que tiene 517 m de largo por 350 m de ancho. Si se necesita 0.5 dm^3 de abono por cada 10 m^2, ¿cuántos m^3 de abono harán falta?

12) Un tanque tiene 20 m de largo, 5 m de ancho y 2 m de altura. ¿Cuántos hl pueden almacenarse en dicho tanque?
13) Una plancha de metal tiene 3.75 m de largo, 75 cm de ancho y 27 mm de espesor. Halle su valor si cada dm^3 cuesta $ 17.00?
14) Un comerciante compra 15 barriles de vino y paga a razón de $ 25.00 el hl. ¿Qué cantidad de litros de vino había en cada barril si él pagó por todo $ 1 875?
15) ¿Cuánto costaría un terreno de 2.19 Km de largo y 76 m de ancho, si el dam^2 vale $ 21.50?
16) Se tiene un rollo de tela de 70 m de largo por 1.20 m de ancho. Si se quieren hacer trajes de niños y cada uno necesita para su confección 2 m^2, ¿cuántos trajes se podrán hacer?
17) ¿Cuál será el área de un campo que tiene 0.26 Km de largo y 95 m de ancho?
18) Una caja mide 25,15 y 8 cm respectivamente. ¿Cuál será su volumen?
19) Un comerciante compró 560 Kg de un producto, que vendió a $ 0.10 el gramo. Halle cuánto le produjo la venta.
20) Una habitación tiene 7.50 m de largo por 8.70 m de ancho. ¿Cuánto costará el alfombrado de la misma a razón de $ 0.45 el dm^2?
21) Para entarimar un salón de 25 m de largo y 9.30 de ancho, se dispone de tablas de 4.50 m por 0.15 m. ¿Cuántas tablas son necesarias para realizar ese trabajo?
22) ¿Qué ancho tendrá un terreno que mide 1193 dm de largo y un área de 8 947.5 m^2?
23) Un depósito de agua tiene 22 m de largo, 2.30 de ancho. Si su volumen es 75.9 m^3, ¿cuál es su profundidad?
24) Es preciso abonar un terreno de 375 m de largo por 257 de ancho. Si se necesitan 2 cm^3 de abono por dm^2, ¿cuántos cm^3 de abono hacen falta?
25) Un estanque de 2.50 m de largo por 1.36 de ancho y 1.52 de profundidad contiene 5 160 litros de agua. ¿Cuántos litros de agua le faltan para llenarse totalmente?
26) Las paredes de un edificio de 15 m de largo por 22 de altura deben pintarse y un pintor cobra $ 1.25 por cada m^2. ¿Cuánto cobrará si tiene que pintar las 4 paredes de 14 edificios?
27) Una avenida de 3.75 Km de largo tiene a ambos lados árboles distantes uno de otro a 2.50 m y los mismos costaron $ 10 500, ¿cuál fue el precio de cada árbol?
28) Se cuenta con un rollo de cartulina que tiene 1.75 m de largo por 1.25 de ancho para hacer postales de Navidad que midan 15 cm de largo por 7.5 cm de ancho. ¿Cuántas postales se podrán hacer?
29) Un comprador paga $ 195 por 3 toneles de vino. Por el 1.° paga $ 75, por el 2.° $ 64. Si el precio de compra del vino fue de $ 0.73 el litro, ¿cuántos hectolitros había en cada tonel?
30) ¿Cuál será el valor de 8 hl si dos centilitros cuestan $ 11.35?
31) ¿Cuántos hg le faltan a 3.45 hg para hacer 46.72 Kg?

Olga de Gellibert

AUTOEXAMEN 12

Seleccione la respuesta correcta.

1. El Sistema Internacional (S.I.)

   a) Se abolió por obsoleto.
   b) Sólo es aceptado por las naciones desarrolladas.
   c) Sólo se usa en Inglaterra y Estados Unidos.
   d) Sólo se usa en Francia.
   e) Ha sido aceptado por la mayoría de las naciones.

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. La única magnitud que se mide igual en todos los sistemas de unidades:

   a) La longitud.
   b) El tiempo.
   c) El volumen.
   d) La capacidad.
   e) El peso.

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. Al convertir 217 cm a m se obtiene:

   a) 2.17 m
   b) 21.7 m
   c) 0.217 m
   d) 2 170 m
   e) 21 700 m

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. ¿Cuántos mm^2 hay en 60 dm^2?

   a) 6 000 mm^2
   b) 600 000 mm^2
   c) 600 mm^2
   d) 60 000 mm^2
   e) 0.06 mm^2

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. ¿Cuántos m^3 hay en 945 623 cm^3?

   a) 945.623 m^3
   b) 0.945623 m^3
   c) 9 456.23 m^3
   d) 9.45623 m^3
   e) 94.5623 m^3

   5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. ¿Cuántos Kl hay en 21 hl?

a) 0.021 Kl
b) 0.21 Kl
c) 2.1 Kl
d) 210 Kl
e) 2 100 Kl

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. ¿Cuántos g hay en 91 hg?

a) 0.091 g
b) 0.91 g
c) 91 000 g
d) 9 100 g
e) 910 g

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. Si se tiene un rollo de papel que mide 1.35 m de ancho y 50 m de largo. ¿Cuántas hojas de 20 cm de largo y 15 cm de ancho saldrán?

a) 2 000 hojas.
b) 2 500 hojas.
c) 3 000 hojas.
d) 2 250 hojas.
e) 3 250 hojas.

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Se desea alfombrar 2 habitaciones, una de ellas tiene 4.5 m de largo y 3.6 m de ancho y la otra 6.95 m de largo y 3.80 m de ancho. ¿Cuánto costará todo el trabajo si el m^2 cuesta $ 6.00?

a) $ 255.66
b) $ 250.00
c) $ 265.60
d) $ 257.70
e) $ 253.40

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Calcule el volumen de tierra sacado por un equipo de construcción si éste abrió un canal de 2.75 m de largo, 3.75 de ancho y 1.6 de alto.

a) 18.4 m^3
b) 17.5 m^3
c) 17 m^3
d) 15 m^3
e) 16.5 m^3

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

13. Areas y volúmenes

13.1. Area del triángulo

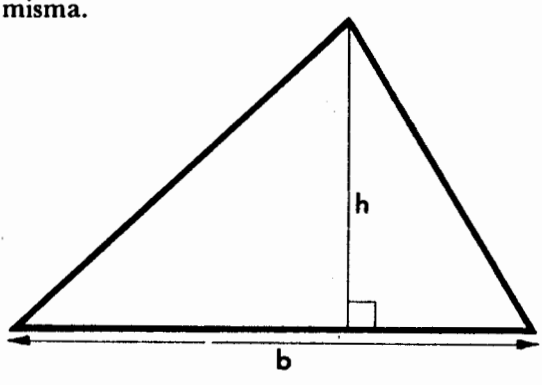
El triángulo es la porción de plano limitada por tres segmentos de recta (ver figura).

La base del triángulo puede ser cualquiera de sus lados, aunque generalmente se toma el lado sobre el que descansa el triángulo. La altura correspondiente a un lado de un triángulo es la perpendicular a dicho lado bajada desde el vértice opuesto.

El área o superficie de un triángulo es igual a la mitad del producto de la base por la altura correspondiente a la misma.

$$S = \frac{b \cdot h}{2}$$

donde: S = superficie o área.
b = base.
h = altura.



13.2. Area del paralelogramo

Los paralelogramos son cuadriláteros (porción de plano limitada por cuatro segmentos de recta) que tienen sus lados opuestos iguales y paralelos.

El área de un paralelogramo es igual al producto de su base por su altura.

$$S = b \cdot h$$

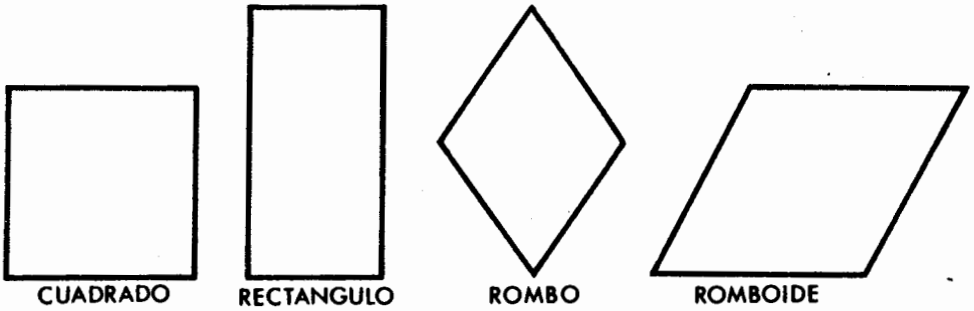
donde: S = superficie o área.
b = base.
h = altura.

Los paralelogramos se clasifican en (ver figura):

a) Cuadrado: si tiene sus cuatro lados iguales y sus cuatro ángulos rectos.

b) *Rectángulo:* si tiene sus lados opuestos iguales dos a dos y sus cuatro ángulos rectos.
c) *Rombo:* si tiene sus cuatro lados iguales y sus ángulos no son rectos.
d) *Romboide:* si tiene sus lados opuestos iguales dos a dos y sus ángulos no son rectos.

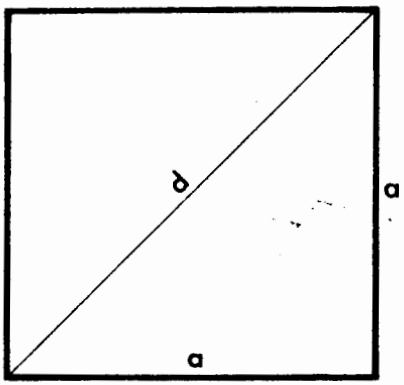
Además de la fórmula general expuesta anteriormente y válida para cualquier paralelogramo existen casos particulares como el cuadrado y el rombo en los que el área se puede determinar también mediante otros elementos.



El área del cuadrado es igual al cuadrado de su lado:

$$S = a^2$$

donde: S = superficie o área.
a = lado.



El área del cuadrado también es igual a la mitad del cuadrado de su diagonal.

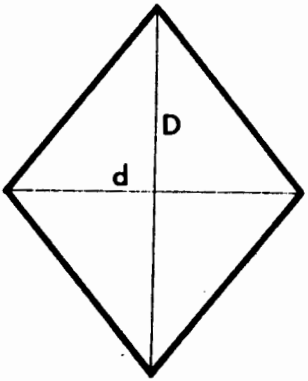
$$S = \frac{d^2}{2}$$

donde: S = superficie o área.
d = diagonal.

El área del rombo es igual al semiproducto de sus diagonales.

$$S = \frac{D \cdot d}{2}$$

donde: S = superficie.
D = diámetro vertical.
d = diámetro horizontal.



13.3. Area del trapecio

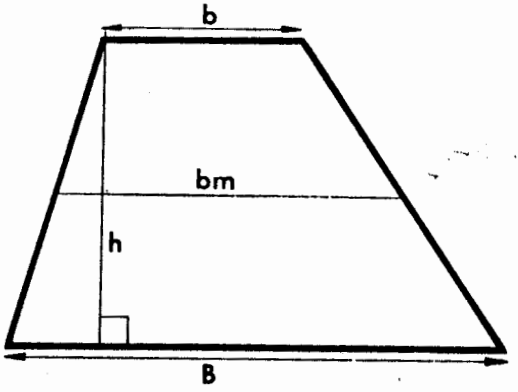
El trapecio es un cuadrilátero que tiene dos de sus lados paralelos y los otros dos no (ver figura).

A los lados paralelos se les llama base mayor y base menor y la altura es la perpendicular bajada de una base a la otra.

El área del trapecio: es igual a la semisuma de las bases por la altura.

$$S = \frac{(B + b)\, h}{2}$$

donde: S = superficie.
B = base mayor.
b = base menor.
h = altura.



El área del trapecio también puede determinarse en función de la base media (segmento que une los puntos medios de los lados no paralelos).

Como la base media es igual a la semisuma de las bases:

$$bm = \frac{B + b}{2}$$

$$S = bm \cdot h$$

donde: S = superficie o área.
bm = base media.
h = altura.

13.4. Area del círculo

La *circunferencia* es una línea curva (plana y cerrada) en la cual todos sus puntos equidistan del centro.

El *círculo* es la porción de plano limitada por la circunferencia.

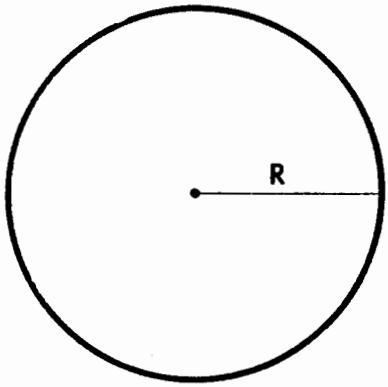
El *radio* es un segmento de recta que une un punto cualquiera de la circunferencia con el centro.

El *diámetro* es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia pasando por su centro.

El *área* del círculo es igual a la constante π multiplicada por el cuadrado del radio:

$$S = \pi R^2$$

donde: S = superficie o área.
π = es una constante cuyo valor aproximado es: 3.1416
R = radio de la circunferencia.



Podemos calcular también mediante una fórmula la longitud de la circunferencia:

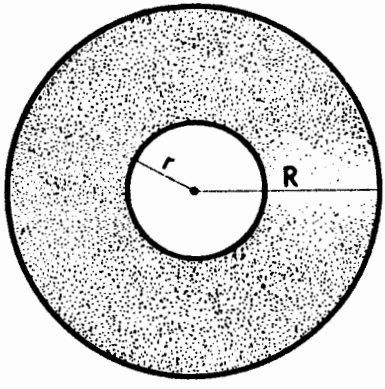
$$l = 2 \pi R$$

donde: l = longitud de la circunferencia.
π = 3.1416
R = radio.

El área de una corona circular se calcula multiplicando π por la diferencia de los radios de las dos circunferencias (ver figura).

$$S = \pi (R^2 - r^2)$$

donde: S = superficie.
π = 4.1416
R = radio de la circunferencia mayor.
r = radio de la circunferencia menor.



13.5. Cuadro resumen de áreas de figuras planas

Figura	Area
Triángulo	$\frac{b \cdot h}{2}$
Paralelogramos	$b \cdot h$
Cuadrado	l^2 $\frac{d^2}{2}$
Rectángulo	$b \cdot h$
Rombo	$\frac{D \cdot d}{2}$
Trapecio	$\frac{(B + b)\, h}{2}$ $bm \cdot h$
Círculo	πR^2
Corona circular	$\pi (R^2 - r^2)$

13.6. Volumen del prisma

El prisma es un cuerpo geométrico cuyas bases son dos polígonos iguales y paralelos y sus caras laterales son paralelogramos (ver figura).

De acuerdo a la forma de su base los prismas se clasifican en triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.

La altura de un prisma es la perpendicular bajada de una base a la otra y las aristas son las intersecciones de las caras.

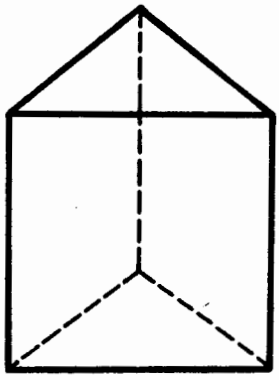
De acuerdo a la colocación de sus aristas los prismas se clasifican en rectos, si las aristas son perpendiculares a las bases y oblicuos si no lo son.

Los prismas pueden ser también: regulares, si son rectos y sus bases son polígonos regulares, e irregulares si no cumplen estas condiciones.

El volumen de un prisma es igual al producto del área de su base por la altura:

$$V = S_b \times h$$

donde: V = volumen del prisma.
S_b = superficie o área de la base.
h = altura del prisma.



PRISMA

Cuando las bases del prisma son paralelogramos iguales recibe el nombre de paralelepípedo (ver figura). Si el paralelepípedo es recto y sus bases son rectángulos iguales se le llama paralelepípedo recto rectangular u ortoedro.

El área lateral de un paralelepípedo se calcula multiplicando el perímetro por la altura:

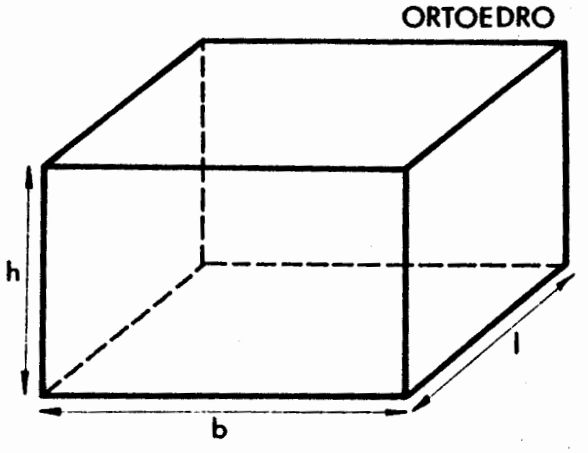
$$S_l = p \cdot h$$

donde: S_l = superficie lateral.
p = perímetro.
h = altura.

El volumen del paralelepípedo se calcula multiplicando el área de la base por la altura:

$$V = S_b \cdot h$$

donde: V = volumen.
S_b = área de la base.
h = altura.



Si el paralelepípedo es un ortoedro el volumen es igual al producto de sus tres dimensiones (longitud, ancho y altura):

$$V = l \cdot a \cdot h$$

donde: V = volumen
l = longitud
a = ancho
h = altura

El ortoedro cuyas tres dimensiones son iguales recibe el nombre de cubo (ver figura).

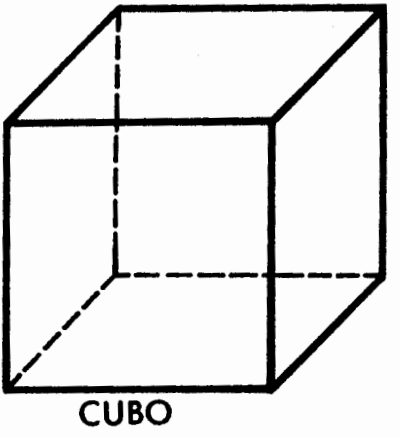
El área lateral de un cubo es igual a cuatro veces el valor de la arista al cuadrado y el de su superficie total es seis veces el valor de la arista al cuadrado:

$$S_l = 4\ a^2$$

donde: S_l = superficie lateral.
a = lado o arista.

$$S_t = 6\ a^2.$$

donde: S_t = superficie total.
a = lado o arista.



El volumen de un cubo es igual al cubo de su arista:

$$V = a^3$$

donde: V = volumen.
a = lado o arista.

13.7. Volumen de la pirámide

La pirámide es un cuerpo geométrico que tiene por base un polígono cualquiera y por caras laterales triángulos que se reúnen en un mismo punto llamado vértice de la pirámide (ver figura).

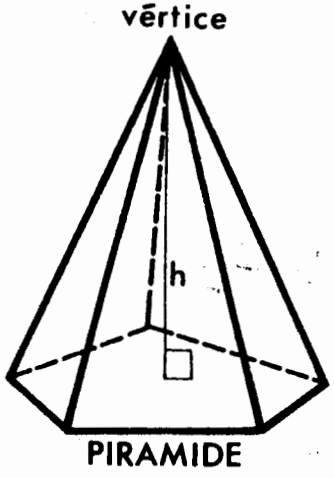
De acuerdo a la forma de la base las pirámides se clasifican en: triangulares, cuadrangulares, pentagonales, etc.

La altura de la pirámide es la perpendicular bajada desde el vértice hasta la base.

El volumen de la pirámide es igual a la tercera parte de su altura multiplicada por el área de la base:

$$V = \frac{1}{3} h S_b$$

donde: V = volumen
h = altura
S_b = superficie o área de la base



13.8. Volumen del cilindro de revolución o cilindro circular recto

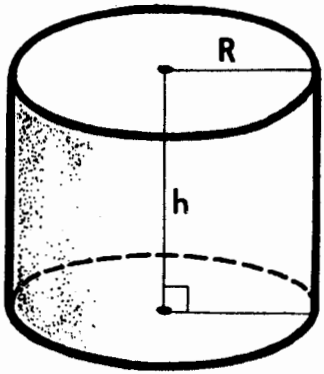
El cilindro de revolución o cilindro circular recto es el cuerpo geométrico engendrado por la revolución de un rectángulo alrededor de uno de sus lados (ver figura).

La altura del cilindro es la perpendicular bajada de una base a la otra.

La superficie lateral de un cilindro es igual a 2 π por el radio por la altura.

$$S_l = 2 \pi Rh$$

donde: S_l = superficie lateral
π = 3.1416
R = radio
h = altura



CILINDRO

El volumen de un cilindro es igual al área de la base (al ser la base un círculo su área es igual a πR^2) multiplicada por la altura:

$$V = \pi R^2 h$$

donde: V = volumen
π = 3.1416
R = radio
h = altura

13.9. Volumen del cono de revolución o cono circular recto

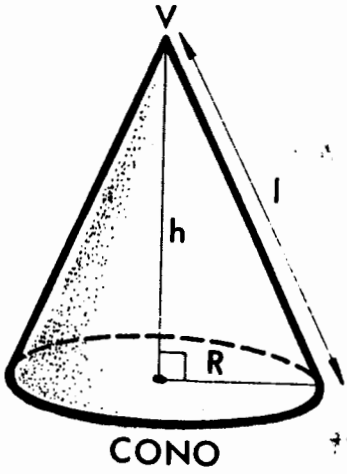
El cono de revolución o cono circular recto es el cuerpo geométrico engendrado por la revolución de un triángulo rectángulo alrededor de uno de sus catetos (ver figura).

La altura del cono es la perpendicular bajada desde el vértice (V) a la base.

La superficie lateral del cono es igual al producto de π por el radio por la longitud del lado:

$$S_l = \pi R l$$

S_l = superficie lateral
π = 3.1416
R = radio
l = longitud del lado



CONO

El volumen del cono es igual a un tercio de su altura multiplicada por el área de la base (al ser un círculo es igual a πR^2).

$$V = \frac{1}{3} h \pi R^2$$

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$ Ordenando.

donde: V = volumen
π = 3.1416
R = radio
h = altura

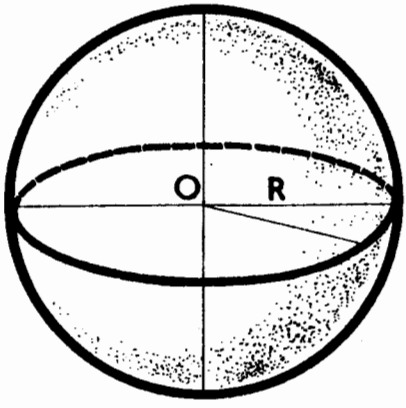
13.10. Volumen de la esfera

La esfera es el cuerpo geométrico engendrado por la revolución completa de un semicírculo alrededor de su diámetro (ver figura).

La superficie de una esfera es igual a 4 π por el radio al cuadrado, también es igual a π por el diámetro al cuadrado:

$$S = 4 \pi R^2 = \pi d^2$$

donde: S = superficie
π = 3.1416
R = radio
d = diámetro



ESFERA

El volumen de una esfera es igual a 4/3 de π por el radio al cubo.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

donde: V = volumen
π = 3.1416
R = radio

13.11. Cuadro resumen de volúmenes de cuerpos geométricos

Cuerpo geométrico	Volumen
Prisma	$h \cdot S_b$
Ortoedro	$l \cdot a \cdot h$
Cubo	a^3
Pirámide	$1/3\ h\ S_b$
Cilindro	$\pi\ R^2\ h$
Cono	$\frac{\pi\ R^2\ h}{3}$
Esfera	$4/3\ \pi\ R^3$

13.12. Ejercicios resueltos

1) La vela de una embarcación tiene forma triangular de 3 m de base y 2 m de altura. Si el m^2 de la lona con la que fue fabricada costó $ 12. Calcule el precio de la vela.

Solución:

Area de la vela: $S = \frac{b \cdot h}{2}$

$$S = \frac{3 \cdot 2}{2}$$

$$S = 3\ m^2$$

Precio: $3 \times 12 = \$\ 36$

Respuesta: el costo de la vela fue de $ 36.

2) La pista de un aeropuerto tiene 4 Km de longitud y 20 m de ancho. Si el costo del m^2 de pavimento es de $ 1.50, ¿cuánto cuesta pavimentar toda la pista?

Solución:

Area de la pista: $S = l \cdot a$ (se trata de un rectángulo)

$l = 4\ Km = 4 \times 1\,000 = 4\,000\ m$

$S = 4\,000 \times 20$

$S = 80\,000\ m^2$

Costo: $80\,000 \times 1.50 = \$\ 120\,000$

Respuesta: el costo es de $ 120 000.

3) Un terreno tiene forma de trapecio con las siguientes dimensiones: base mayor 120 m, base menor 70 m y la altura de 45 m. Si se vende el m² a $ 5.25, ¿cuál es el precio de venta?

Solución:

Area del terreno: $S = \frac{(B + b)\, h}{2}$

$$S = \frac{(120 + 70)\, 45}{2}$$

$$S = \frac{190 \times 45}{2}$$

$$S = 4\,275 \text{ m}^2$$

Precio: $4\,275 \times 5.25 = \$\ 22\,443.75$

Respuesta: el precio de venta fue de $ 22 443.75.

4) El adorno de la fachada de un edificio lleva 3 rombos y un círculo de cerámica. La medida de los diámetros de los rombos es de 5 y 3 m y el radio del círculo es de 2 m. Si el m² de cerámica cuesta $ 35, calcule el precio de los adornos.

Solución:

Area de un rombo: $S = \frac{D \cdot d}{2}$

$$S = \frac{5 \cdot 3}{2}$$

$$S = 7.5 \text{ m}^2$$

Area de los 3 rombos: $S = 3 \cdot 7.5 = 22.5 \text{ m}^2$

Area del círculo: $S = \pi R^2 = 3.1416 \cdot 2^2$

$$S = 12.57 \text{ m}^2$$

Area total de los adornos: $22.5 + 12.57 = 35.07 \text{ m}^2$

Precio $= 35 \times 35.07 = \$\ 1\,227.45$

Respuesta: el precio de los adornos es de $ 1 227.45.

5) Calcule el precio de un cubo de mármol de 2 m de lado si el precio del m³ es de $ 900.

Solución:

Volumen $V = a^3$

$$V = 2^3$$

$$V = 8 \text{ m}^3$$

Precio $= 8 \times 900 = \$\ 7\,200$

Respuesta: el precio es de $ 7 200.

6) Calcule la cantidad de hormigón necesaria para construir una columna de 15 m de altura y 1.5 m de diámetro. Si queremos pintarla y el costo del m^2 de pintura es de $ 0.25, ¿cuál es el costo de la pintura?

Solución:

Volumen: $V = \pi R^2 h$ (se trata de un cilindro)

$$\text{Radio} = \frac{\text{diámetro}}{2} = \frac{1.5}{2} = 0.75 \text{ m}$$

$$V = 3.1416\ (0.75)^2\ 15$$
$$V = 3.1416 \times 0.5625 \times 15$$
$$V = 26.51 \text{ m}^3$$

Superficie lateral: $S_l = 2 \pi R h$

$$S_l = 2 \times 3.1416 \times 0.75 \times 15$$
$$S_l = 70.69 \text{ m}^2$$

Costo: $70.69 \times 0.25 = \$ 17.67$

Respuesta: son necesarios 26.51 m^3 de hormigón. El costo de la pintura es de $ 17.67.

7) Se desea construir un cono y una esfera de acero. Si el cono tiene una altura de 15 cm y un radio de 5 cm y la esfera un radio de 10 cm, ¿qué cantidad de acero es necesaria?

Solución:

Volumen del cono: $V = \dfrac{\pi R^2 h}{3}$

$$V = \frac{3.1416 \times 5^2 \times 15}{3}$$

$$V = 392.7 \text{ cm}^3$$

Volumen de la esfera: $V = \dfrac{4}{3} \pi R^3$

$$V = 4/3 \times 3.1416 \times 10^3$$
$$V = 4\,188.8 \text{ cm}^3$$

Volumen de acero: $392.7 + 4\,188.8 = 4\,581.5 \text{ cm}^3$

Respuesta: son necesarios 4 581.5 cm^3 de acero.

8) Un prisma cuadrangular tiene una altura de 25 cm. Si la diagonal del cuadrado de la base mide 12 cm, ¿cuál es el volumen del prisma?

Solución:

Area de la base: $S_b = d^2$ (se trata de un cuadrado)

$$S_b = (12 \text{ cm})^2$$
$$S_b = 144 \text{ cm}^2$$

Volumen: $V = h \cdot S_b$
$V = 25 \text{ cm} \cdot 144 \text{ cm}^2$
$V = 3\,600 \text{ cm}^3$

Respuesta: el volumen del prisma es de 3 600 cm^3.

9) Una pirámide hexagonal tiene una altura de 9 cm. Si el hexágono de su base tiene un área de 20 cm^2; calcule su volumen.

Solución:

Volumen: $V = 1/3 \; h \; S_b$
$V = 1/3 \times 9 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}^2$
$V = 60 \text{ cm}^3$

Respuesta: el volumen del prisma es de 60 cm^3.

10) Se quiere revestir de material aislante un satélite esférico de 5 m de diámetro. ¿Qué cantidad de este material es necesaria? ¿Cuál es el volumen del satélite?

Solución:

Radio: $R = \frac{d}{2} = \frac{5 \text{ m}}{2} = 2.5 \text{ m}$

Area del satélite: $S = 4 \pi R^2$
$S = (4)\ (3.1416)\ (2.5)^2$
$S = (4)\ (3.1416)\ (6.25)$
$S = 78.54 \text{ m}^2$

Volumen de satélite: $V = 4/3 \pi R^3$
$V = 4/3 \times 3.1416\ (2.5)^3$
$V = 4/3 \times 3.1416 \times 15.625$
$V = 65.45 \text{ m}^3$

Respuesta: son necesarios 78.54 m^2 de material y el volumen del satélite es 65.45 m^3.

Ejercicio 62

Resuelva los siguientes problemas:

1) Un pintor cobra a razón de $ 0.75 el m^2. Si se quiere que el mismo pinte 15 paredes de 5 m de ancho por 2.5 m de alto, ¿cuáles serán sus honorarios?
2) Se quieren alfombrar 2 habitaciones en forma de cuadrado de 4 m de lado y colocar 3 alfombras en forma de rombos de diámetros 2 m y 1.2 m. Si el m^2 de alfombra sale a $ 12.75, ¿cuál es el costo total?

3) Se quieren construir 50 banquetas de fondo de madera circular de 35 cm de diámetro. ¿Cuántos m^2 de madera necesitamos?
4) Un terreno en forma de trapecio tiene 425 m en la base mayor y 209 en la base menor, la altura del trapecio es de 75 m. Calcule el precio del mismo a razón de $ 2.15 el m^2?
5) Se quiere construir una pista circular en forma de corona. La circunferencia mayor de la misma, tiene un radio de 250 m y la menor de 225 m. Si el m^2 de construcción cuesta $ 2.05, ¿cuánto costará construir la pista?
6) Se quieren empapelar 8 paredes de 4 m de ancho por 3 de alto, si el empapelador cobra a razón de $ 1.05 por m^2. ¿Cuánto hay que pagarle?
7) Un cilindro tiene una base de 0.75 m de radio y una altura de 1.3 m. Calcule:
   a) La superficie total de las bases.
   b) La superficie lateral del cilindro.
   c) La superficie total del cilindro.
   d) El volumen.
8) ¿Qué cantidad de cobre se necesita para construir una columna maciza cuya base tiene un diámetro de 0.50 m si la altura de la misma es de 6 m?
9) Determine la superficie y el volumen de una esfera de 5 m de diámetro.
10) ¿Qué volumen de aluminio necesito para construir 150 conos de 4 cm de diámetro de 7 cm de altura?
11) Determine la superficie lateral de 3 conos de 3 cm de radio, 4 cm de altura y 5 cm de longitud lateral. Determine también el volumen de uno de ellos.
12) ¿Qué cantidad de madera se sacará de un tronco de pino de 0.80 m de diámetro y 5.35 m de alto?
13) Un prisma triangular tiene una altura de 7 cm. El triángulo que forma la base del mismo tiene un lado que mide 4 cm y la altura correspondiente a ese lado 3 cm. ¿Cuál es el volumen del prisma?
14) Un prisma cuadrangular tiene una altura de 30 cm y la diagonal del cuadrado de su base mide 14 cm. ¿Cuál es el volumen del prisma?
15) Una pirámide pentagonal tiene una altura de 17 cm. El área de su base mide 52 cm^2. ¿Cuál es el volumen del prisma?
16) Una pirámide cuadrangular tiene una altura de 13 cm. Uno de los lados del cuadrado de su base mide 6 cm. ¿Cuál es el volumen de la pirámide?
17) ¿Cuánto costará un bloque de mármol en forma de cubo de 3 m de lado si el m^3 sale a $ 75?
18) Un envase en forma de ortoedro mide 15 cm de largo, 7 cm de ancho y 8 cm de altura. ¿Cuál es su capacidad?
19) Un almacén tiene forma de ortoedro y sus dimensiones son: longitud 20 m, ancho 5 m y altura 7 m. Calcular la superficie de sus paredes y su capacidad.
20) Se quiere empapelar las paredes de una habitación en forma de cubo. Si el m^2 de papel cuesta $ 0.75, ¿cuál es el costo total si la altura de la habitación es 4 m?

AUTOEXAMEN 13

Seleccione la respuesta correcta.

1. La base de un triángulo mide 15 cm y su altura 7 cm. ¿Cuál es el valor del área del triángulo?

   a) 55.2 cm^2
   b) 54 cm^2
   c) 56.2 cm^2
   d) 53.5 cm^2
   e) 52.5 cm^2

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. La diagonal de un cuadrado mide 11 cm, el valor del área será:

   a) 64 cm^2
   b) 65 cm^2
   c) 70.5 cm^2
   d) 60.5 cm^2
   e) 62 cm^2

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. Dos rombos iguales cuyos diámetros miden 5 y 4 metros respectivamente van a ser pintados. Si el metro cuadrado de pintura sale a razón de $ 0.50, determine el costo total.

   a) $ 12.75
   b) $ 9.80
   c) $ 10.00
   d) $ 11.50
   e) $ 13.00

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. Un estanque trapezoidal mide en sus lados paralelos 40 y 25 m y la distancia perpendicular entre esos lados es de 15 m. Determine la superficie que abarca el estanque.

   a) 487.5 m^2
   b) 490 m^2
   c) 477.5 m^2
   d) 497.5 m^2
   e) 500 m^2

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. Es necesario pavimentar una pista en forma de corona circular con radios de 50 y 45 m. Si el metro cuadrado sale a $ 15.00; el costo total de la obra es:

a) $ 20 550.00
b) $ 22 383.85
c) $ 23 283.15
d) $ 21 425.15
e) $ 24 415.25

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. Un contenedor cuyas dimensiones son 4 m de longitud, 2 m de ancho y 3.5 m de altura tiene una capacidad de:

a) 28 m^3
b) 18 m^3
c) 38 m^3
d) 30 m^3
e) 27.5 m^3

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Un bloque de hormigón en forma de cubo tiene 2 m de altura. Su volumen es de:

a) 16 m^3
b) 8 m^3
c) 4 m^3
d) 6 m^3
e) 24 m^3

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. Un monumento de bronce tiene la forma de una pirámide triangular y una altura de 5 m. Si uno de los lados del triángulo de la base mide 1.2 m y la altura correspondiente a ese lado 0.8 m; calcule la cantidad de bronce que fue necesaria para construir el monumento.

a) 1 m^3
b) 0.8 m^3
c) 0.7 m^3
d) 1.5 m^3
e) 0.5 m^3

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. ¿Qué cantidad de mármol es necesaria para construir una columna circular de 6 m de altura, si el diámetro de la misma mide 1 m?

a) 3.8 m^3
b) 5.23 m^3
c) 6 m^3
d) 4.71 m^3
e) 7.16 m^3

9. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Un balón de 30 cm de diámetro ocupa un volumen de:

a) 16 537.17 cm^3
b) 14 898.75 cm^3
c) 15 237.15 cm^3
d) 14 137.17 cm^3
e) 13 217.17 cm^3

	a	b	c	d	e
10.	☐	☐	☐	☐	☐

14. Números denominados o complejos

14.1. Definiciones

Se llama **número denominado** o **complejo** a todo número concreto compuesto de varias partes de diferente especie, pero referidos a una misma medida. Su sistema de numeración no es decimal.

Estos números se utilizan mucho en el Sistema Inglés de Unidades y para medir el tiempo y los ángulos, así como en la división de la circunferencia.

Ejemplos:

1 año 8 meses 21 días.
1 lb 6 onzas.
2 horas 10 minutos 4 segundos.
60° 15′ 10″

Se llama **número incomplejo** al que consta de unidades de una sola especie.

Ejemplos:

8 meses
3 libras
60°

14.2. Transformaciones

Para poder transformar un número complejo a uno incomplejo y viceversa debemos recordar cómo se realiza la medida del tiempo y la división de la circunferencia tanto sexagesimal como centesimal.

Tiempo: 1 año civil se divide en 365 días o en 12 meses.
1 hora se divide en 60 minutos.
1 minuto se divide en 60 segundos.

Circunferencia sexagesimal: se divide la circunferencia en 4 cuadrantes.
El cuadrante se divide en 90 grados (90°).
El grado se divide en 60 minutos (60′)
El minuto se divide en 60 segundos (60″).
Circunferencia centesimal: se divide la circunferencia en 4 cuadrantes.

El cuadrante se divide en 100 grados (100 g).
El grado se divide en 100 minutos.
El minuto se divide en 100 segundos.

En la división sexagesimal 7 grados 15 minutos y 20 segundos lo escribimos en forma abreviada: 7° 15′ 20″.

En la división centesimal 25 grados 40 minutos y 80 segundos se escriben en forma abreviada 25g 4080.

Para convertir grados sexagesimales a centesimales basta aplicar una regla de 3 tomando como base que 90° sexagesimales equivalen a 100 g centesimales.

Veamos a continuación algunos ejemplos de transformaciones de números complejos a incomplejos y viceversa así como de grados sexagesimales a centesimales y viceversa.

Ejemplo 1:

Convertir 25° 14′ 35″ a segundos.

Solución:

— llevamos los grados a minutos: 25° × 60

— le sumamos los minutos que tenemos: + 14′

— llevamos los minutos a segundos: × 60

— le añadimos los segundos que tenemos: + 35″

25° × 60 = 1500′
1500′ + 14′ = 1514′
1514′ × 60 = 90840″
90840″ + 35″ = 90875″

Respuesta: 25° 14′ y 35″ equivalen a 90 875″

Ejemplo 2:

Convertir en días, horas, minutos y segundos: 2 432 525 segundos.

Solución:

2432525	60				
240	b) 40542 min	60			
00325	360	c) 675 h	24		
300	0454	48	28 días		
0252	420	195			
240	0342	192			
0125	300	Resto: 3 h			
120	Resto: 42 min				
Resto: 5 s					

Respuesta: 28 días, 3 horas, 42 minutos y 5 segundos.

a) se llevan los segundos a minutos dividiendo por 60, ya que 1 minuto = 60 s.
b) se llevan los min a horas dividiendo por 60, ya que 1 h = 60 min.
c) se llevan las horas a días dividiendo por 24, ya que 1 día = 24 h.

Los restos de cada operación representan los segundos, minutos y horas respectivamente.

Ejemplo 3:

Convertir 45° 15′ sexagesimales a grados, minutos y segundos centesimales.

Solución:

— llevamos los grados a minutos:

$$\begin{array}{r} \times\ 45 \\ \quad 60 \\ \hline 2700' \end{array}$$

— le añadimos los minutos que tenemos:

$$\begin{array}{r} +\ 15' \\ \hline 2715' \end{array}$$

— partimos de que 90° equivalen a 100 g.
— llevando esto a minutos: 5 400′ equivalen a 10 000 minutos centesimales.
— Planteamos la regla de 3:

$$\begin{array}{ll} 5\,400' & \text{———} \quad 10\,000 \text{ minutos} \\ 2\,715' & \text{———} \quad x \end{array}$$

$$x = \frac{2715 \times 10000}{5\,400}$$

$$x = 5\,027.77 \text{ minutos centesimales}$$

— dividimos por 100 para obtener los grados: 50 g 77.77 min.
— multiplicamos por 100 la fracción para obtener los segundos:

$$0.77 \times 100 = 77 \text{ s}$$

Respuesta: 50 g 7777.

14.3. Operaciones con números complejos

14.3.1. Adición

Para realizar la **adición** de números complejos se suman las diferentes partes y se van teniendo en cuenta las partes que equivalen a las partes mayores.

Veamos un ejemplo:
Sumar los siguientes números complejos:

$$\begin{array}{rrrr} & 15° & 40' & 20'' \\ + & 30° & 48' & 42'' \\ & 5° & 0' & 3'' \\ \hline & 50° & 88' & 65'' \end{array} \longrightarrow 50° \quad 89' \quad 5'' \longrightarrow 51° \quad 29' \quad 5''$$

Esta operación se realiza de derecha a izquierda.
Note el lector que la suma de la columna de los segundos es 65", o sea, 1' y 5"; ponemos como resultado 5" y sumamos 1' a la columna siguiente.
La suma de la columna de los minutos da 89' (añadiendo 1' de la columna de los segundos), ponemos 29' y pasamos 1° a la columna siguiente.

14.3.2. Sustracción

Para realizar la **sustracción** de números complejos se restan las diferentes partes y de no ser posible se toma una unidad de la parte mayor siguiente:
Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{rrrr} & 45° & 10' & 20'' \\ - & 12° & 40' & 35'' \\ \hline & 32° & 29' & 45'' \end{array}$$

Esta operación también se realiza de derecha a izquierda.
Nótese que no podemos efectuar la resta 20" − 35" por lo que tomamos 1' de la columna de los minutos, ahora tenemos 80" − 35" = 45". En la columna de los minutos tenemos 9' − 40' (habíamos tomado 1') por lo que debemos tomar 1° de la columna de los grados, quedando 69' − 40' = 29'.
En la columna de los grados nos queda 45° − 13° = 32° ya que habíamos tomado 1° para la operación anterior.

14.4. Ejercicios resueltos

1) Convertir 15 200 segundos sexagesimales a grados, minutos y segundos sexagesimales.

Solución:

$$\begin{array}{r|l} 15200 & 60 \\ \hline 120 & 253 \\ \hline 0320 & 243 \\ \hline 300 & 010' \\ \hline 200 & \\ 180 & \\ \hline 20'' & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 60 & \\ \hline 4° & \end{array}$$

Respuesta: 15 200" equivalen a 4° 10' 20".

Explicación:

— dividimos 15 200″ entre 60, ya que un minuto tiene 60″, el resto representa los segundos,

— dividimos 253′ entre 60, ya que un grado tiene 60′; el resto representa los minutos.

2) Convertir 10 g 1 525 a segundos centesimales.

Solución:

tenemos 10 grados 15 minutos 25 segundos.

— llevamos los grados a minutos: 10 × 100 = 1 000 minutos
— le añadimos los minutos que tenemos: 1 000 + 15 = 1 015 minutos
— llevamos los minutos a segundos: 1 015 × 100 = 101 500 segundos
— le añadimos los segundos que tenemos: 101 500 + 25 = 101 525

Respuesta: 10 g 1 525 equivalen a 101 525 segundos centesimales.

3) Convertir 70 g 1525 a grados, minutos y segundos sexagesimales.

Solución:

Primero convertimos los 70 g 1525 a segundos centesimales

— llevamos los grados a minutos: 70 g × 100 = 7000 minutos
— le añadimos los minutos que tenemos: 7000 + 15 = 7015 minutos
— llevamos los minutos a segundos: 7015 × 100 = 701500 segundos
— le añadimos los segundos que tenemos: 701 500 + 25 = 701525 seg.

Para realizar la conversión se parte de que:

90° (sexagesimales) equivalen a 100 g (centesimales) por lo tanto 5400′ (sexagesimales) equivalen a 10 000 minutos (centesimales) y 324 000″ (sexagesimales) equivalen a 1 000 000 segundos (centesimales).

— planteamos la regla de tres:

$$\begin{array}{rcl} 324\,000'' & \text{———} & 1\,000\,000 \text{ segundos} \\ x & \text{———} & 701\,525 \text{ segundos} \end{array}$$

$$x = \frac{324\,000 \cdot 701\,525}{1\,000\,000}$$

$$x = 227\,294''$$

— Convertimos los segundos a minutos y grados.

```
227294 | 60
180      3788' | 60
0472     360     63°
 420     0188
 0529     180
  480      08'
  0494
   480
   014"
```

Respuesta: 70 g 1525 equivalen a 63° 8′ 14″.

4) Sumar los siguientes números complejos:

	1 año	8 meses	21 días	
+	5 años	6 meses	15 días	
	3 años	7 meses	6 días	
	9 años	21 meses	42 días →	9 años 22 meses 12 días →
				10 años 10 meses 12 días

Respuesta: 10 años, 10 meses y 12 días.

Explicación: al sumar los días obtenemos 42 días, o sea, 1 mes y 12 días; pasamos 1 mes a la columna de los meses y obtenemos 22 meses, o sea, 1 año y 10 meses. Por último pasamos 1 año a la columna de los años para obtener al final 10 años.

5) Restar los siguientes números complejos.

		114		
	124	~~14~~	120	
	~~125~~ grados	~~15~~ minutos	~~20~~ segundos	(centesimales)
−	80 grados	60 minutos	50 segundos	(centesimales)
	44 grados	54 minutos	70 segundos	

Respuesta: 44 g 5470.

Explicación: al no poder efectuar la resta de los segundos (20 − 50); tomamos 1 minuto de la columna anterior (quedan entonces 14), lo convertimos a segundos (100 segundos) y lo sumamos con los segundos que tenemos (100 + 20 = 120 segundos). Ahora puede realizarse la resta de los segundos (120 − 50 = 70 segundos).

No se puede realizar tampoco la resta de los minutos (14 − 60) tomamos un grado de la columna anterior (quedan entonces 124 grados), lo convertimos a minutos (100 minutos) y lo sumamos con los minutos que tenemos (100 + 14 = 114 minutos). Ahora puede realizarse la resta de los minutos (114 − 60 = 54 minutos). Por último, se efectúa la resta de los grados (124 − 80 = 44 grados).

Ejercicio 63

A) Efectúe las siguientes conversiones:
1) 5 días 4 horas y 35 minutos a minutos.
2) 15° 25′ 40″ a segundos.
3) 140 g 2582 a segundos.
4) 3 252 425 segundos a días, horas, minutos y segundos.
5) 42 510 segundos a grados sexagesimales, minutos y segundos.
6) 80 320 segundos a grados centesimales, minutos y segundos.

B) Convierta a grados centesimales:
1) 80°
2) 25° 10′
3) 15° 10′ 25″
4) 90° 20′ 15″
5) 120° 30′ 20″

C) Convierta a grados sexagesimales:
1) 25 g 0000
2) 25 g 4000
3) 85 g 3018
4) 100 g 4570
5) 250 g 2040

D) Efectúe las siguientes adiciones:
1) 15 ° 30′ 15″ + 42° 25′ 10″ + 8° 10′ 55″.
2) 15 días 14 h 25 min + 12 días 20 horas 55 minutos.
3) 8 g 1532 + 25 g 4560 + 72 g 9095.
4) 9 h 45 min 50 s + 15 h 30 min + 6 h 15 min 10 s + 1 h 42 s.
5) 1 año 2 meses 25 días + 3 años 9 meses 15 días + 6 años 11 meses 20 días.

E) Efectúe las siguientes sustracciones:
1) 45° 15′ 20″ − 12° 25′ 32″
2) 85° 0′ 10″ − 25° 15′ 40″
3) 115 g 1812 − 90 g 3045
4) 3 años 7 meses 6 días − 1 año 8 meses 15 días
5) 6 horas 9 min 15 s − 3 h 15 min 20 s

AUTOEXAMEN 14

Seleccione la respuesta correcta.

1. 6 horas 15 min y 25 s equivalen a:

   a) 20 000 s
   b) 22 525 s
   c) 23 600 s
   d) 21 415 s
   e) 24 755 s

   1. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

2. 9 g 7225 equivalen a:

   a) 90 000 segundos.
   b) 97 225 segundos.
   c) 97 200 segundos.
   d) 97 025 segundos.
   e) 97 725 segundos.

   2. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

3. 15242 segundos equivalen a:

   a) 4 h 14 min 2 s
   b) 6 h 14 min 12 s
   c) 2 h 24 min 6 s
   d) 3 h 24 min 12 s
   e) 5 h 34 min 14 s

   3. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

4. 45250 horas equivalen a:

   a) 3 meses 10 días 4 horas.
   b) 6 meses 15 días 6 horas.
   c) 5 años 2 meses 25 días 10 horas.
   d) 3 años 6 meses 25 días 10 horas.
   e) 4 años 2 meses 25 días 10 horas.

   4. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

5. 270° 20′ 10″ convertidos en grados centesimales son:

   a) 200 g 2520
   b) 400 g 1734
   c) 300 g 3734
   d) 100 g 2734
   e) 500 g 4724

   5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

6. 50 g 3030 convertidos en grados sexagesimales son:

a) 90° 25′
b) 70° 15′ 10″
c) 60° 16′ 25″
d) 45° 16′ 22″
e) 50° 16′ 26″

6. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

7. Al sumar 2 años 5 meses 17 días y 3 años 11 meses 28 días obtenemos:

a) 5 años 3 meses 4 días.
b) 6 años 6 meses 20 días.
c) 7 años 5 meses 15 días.
d) 5 años 6 meses 25 días.
e) 6 años 5 meses 15 días.

7. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

8. Al sumar: 15° 25′ 30″ + 25° 30′ 40″ + 10° 20′ 50″, obtenemos:

a) 45° 6′ 10″
b) 35° 10′
c) 55° 20′
d) 60° 15′ 10″
e) 50° 77′

8. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

9. Al restar: 2 años 6 meses 4 días − 1 año 7 meses 10 días, obtenemos:

a) 1 año 10 meses 24 días.
b) 1 año 7 meses.
c) 1 año 6 meses 10 días.
d) 1 año 4 meses.
e) 1 año 2 meses 15 días.

5. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

10. Al restar: 25 g 1510 − 10 g 2535 obtenemos:

a) 14 g 1500
b) 13 g 8925
c) 14 g 2530
d) 14 g 8975
e) 13 g 7025

10. a ☐ b ☐ c ☐ d ☐ e ☐

Respuestas a los ejercicios

Ejercicio 1

1) Quinientos veinte mil trescientos cincuenta.
2) Cincuenta millones cuatrocientos cincuenta y dos mil trescientos ochenta y cinco.
3) Cuarenta y cinco millones trescientos ochenta y cinco mil novecientos quince.
4) Cuatrocientos cincuenta mil doscientos ochenta y cinco.
5) Cinco millones uno.
6) Trescientos un mil cuatro.
7) Diez billones cuatrocientos cincuenta y dos millones cuarenta y dos.
8) Ochocientos cincuenta y dos millones diez.
9) Ciento quince billones trescientos ochenta millones cuatrocientos cincuenta mil cinco.
10) Ciento veinte millones cuatrocientos mil nueve.
11) Quince mil quince.
12) Ciento dos mil.
13) Doce millones dos mil cuatro.
14) Seis billones dos millones tres mil nueve.
15) Diez millones quinientos dos mil doce.

Ejercicio 2

1) 9 000 050
2) 400 001 243
3) 50 000 040 205
4) 5 000 005
5) 4 000 050
6) 302 000
7) 800 000 070
8) 150 015
9) 6 000 028
10) 1 000 000 002

Ejercicio 3

1) Quince mil doscientas diez unidades, nueve décimas.
2) Dos décimas.
3) Catorce unidades, una milésima.
4) Ochocientos veinte mil ciento cincuenta unidades, cuatro diez milésimas.
5) Una décima.
6) Mil unidades, una centésima.
7) Veinte y cinco billones ciento diez unidades, una milésima.
8) Ciento diez millones doscientos cincuenta unidades, ciento cincuenta y cuatro milésimas.

9) Quince milésimas.
10) Seis millones seis unidades, sesenta y seis centésimas.
11) Cien mil quince unidades, novecientas una milésimas.
12) Cuatrocientos mil tres unidades, ocho mil cuatro diezmilésimas.
13) Quince mil unidades, seis mil quince diezmilésimas.
14) Nueve mil veinticinco diezmilésimas.

Ejercicio 4

1) 545.003
2) 1 000 050.0005
3) 300 004.642
4) 2 400 500.15
5) 1 200.016
6) 0.015

Ejercicio 5

A

1) LXXXVIII
2) XIV
3) XCII
4) CXLV
5) MCCXXVII
6) CMXCVIII
7) CCCXXXIII
8) $\overline{\text{IV}}$VIII
9) $\overline{\text{VII}}$XXXVI
10) $\overline{\text{IX}}$III
11) MMMCCCXXXIII
12) $\overline{\text{XV}}$CDXXV
13) $\overline{\text{XL}}$CDLXXXV
14) $\overline{\text{XVIII}}$DCCXXV
15) $\overline{\text{DL}}$CCXXV
16) $\overline{\text{DCCXXVII}}$CDXV
17) $\overline{\text{M C}}$
18) $\overline{\text{MMMCDXX}}$CCCXXV
19) $\overline{\text{XV}}\overline{\text{CLXXX}}$
20) $\overline{\overline{\text{CCXXV}}}$

B

1) 13
2) 19
3) 21
4) 17
5) 525
6) 300
7) 454
8) 766
9) 1 199
10) 1 492
11) 1 569
12) 2 330
13) 3 443
14) 4 000
15) 4 000 000
16) 3 000 033
17) 9 440 300
18) 200 533 303
19) 14 100 015
20) 13 400 003

Ejercicio 6

1) $5 > 3$
2) $4 > 1$
3) $2 = 2$
4) $1 < 5$
5) $1 < 3 < 5$
6) $0.2 > 0.0999$
7) $1.1 > 1.0856$
8) $15 > 2 > 1$
9) $1001 > 500$
10) $0.01 < 0.1$
11) $1 > 0.99$
12) $0.1 > 0.09999$
13) $9.08 < 9.1$
14) $a \begin{matrix} > \\ = \\ < \end{matrix} b$
15) $0.99 > 0.89 > 0.09$

Ejercicio 8

1) 46
2) 43
3) 49
4) 39
5) 40
6) 36
7) 50
8) 35
9) 43
10) 40

Ejercicio 9

1) a) $5 + x = 5 + y$
   b) $a + m = b + n$
   c) $3 + p + r + 8 + s = 3 + 8 + t + u$
   d) $4 + b + y + 3 + z = x + a + 5 + 9$
2) Una posible solución es: $12 + 12 + 5 = 29$
3) Posibles soluciones son:
   a) $n + m + o$
   b) $e + d + c + f$
   c) $3 + 2 + 5$
   d) $5 + 8 + 3 + 4$
4) a) $12 > 11$
   b) $12 + a + b > 12 + a + c$
   c) $16 < 25$
   d) $m + o + q < n + p + r$
   e) $f + h + i + l + m + o < g + j + k + n + p + q$
   f) $a + b + c + d + 9 < 9 + 8 + 15 + f + g$

Ejercicio 10

Total: Enero: 24 425.35
Febrero: 22 168.95
Marzo: 24 621.38
Abril: 22 152.00
Mayo: 25 908.07
Junio: 17 685.85
Julio: 22 695.70
Agosto: 20 101.07
Septiembre: 23 116.05
Octubre: 25 597.93
Noviembre: 28 286.00
Diciembre: 31 085.30

Total: Comidas: 177 886.60
Bebidas: 69 463.00
Cigarros: 13 251.35
Confitería: 27 242.70

Totales verticales y horizontales: 287 843.65

Ejercicio 11

1) 742.985
2) 91.761
3) 59.401
4) 1 081.65
5) 87.751
6) 105.532

Ejercicio 13

1) a) $c - e = d - f$
   b) $2 = 2$
   c) $r - t = s - u$
   d) $p - r = q - s$
   e) $6 = 6$
2) a) $d - g > f - h$
   b) $4 < 7$
   c) $19 > 9$
   d) $m - a < n - b$
   e) $30 > 5$
   f) $3 < 10$
   g) $m - o > n - p$
   h) $8 < 11$
   i) $5 > 3$
   j) $p - m < q - n$
   k) $p - m > q - n$
   l) $c - 5 > d - 9$
   m) $1 < 12$
   n) $2 < 8$
   o) $h - j > i - k$

Ejercicio 14

A	B	C	D
1) 4 402	1) 2 757	1) $ 2 334	1) 337 013
2) 2 024	2) 3 929	2) $ 1 291.05	2) $ 7 655.58
3) 18 178	3) 9 838	3) $ 79 726.32	3) 18 627
4) 99 767	4) 819	4) $ 1 433.00	4) $ 73 810.73
5) 0	5) 1 287	5) $ 4 690.93	5) 1 821
	6) 2 428		
	7) 3 507		
	8) 3 651		

Ejercicio 15

Nuevo balance.

5 124.60	15 315.00
4 340.25	9 500.85
8 654.40	6 929.01

Ejercicio 16

Importe neto.
507.07
245.30
63.97
930.65
96.70
728.03
837.05

Totales	Importe de la factura	Descuento	Importe neto
	3 491.97	83.20	3 408.77

Ejercicio 18

A
1) $c \cdot e = d \cdot f$
2) $378 = 378$
3) $5\,mx = 5\,ny$
4) $18\,p = 18\,q$
5) $8a = 8b$

B Posibles soluciones son:
1) $108 \times 30 = 120 \times 27$
2) $m\,(no)p = (abc)\,(de)$
3) $600 \times 7 = 175 \times 24$

C
1) $10 > 6$
2) $720 > 90$
3) $336 < 648$
4) $5ac < 5bd$
5) $7bm > 7bn$

D Posibles soluciones son:
1) $o\,n\,m\,p = z\,y\,x$
2) $4 \times 7 \times 6 \times 5 = 28 \times 30$
3) $15 \times 20 \times 85 \times 12 \times 50 = 51\,000 \times 300$

E
1) 72
2) 52
3) $am + bm + cm - dm$
4) $100 - 5a - 5b$
5) $8a$

Ejercicio 19

A
1) 4 680.630
2) 191.415844
3) 214.634241
4) 1 404.822332
5) 252.483
6) 16 699.89641
7) 27 555
8) 1 079.9836

B
1) $ 263 692.08
2) $ 4 297 985.00
3) $ 718 980.00
4) $ 3 491 757.92
5) $ 43 222.50
6) $ 37 795.66
7) 205 801 525
8) 7 786 884
9) $ 7 027 515 347.55
10) 88 660 796

Ejercicio 20

Total.	67.24	98.56
24.75	94.05	42.14
97.20	106.08	22.00
61.56	95.55	92.50

Ejercicio 21

Salario.	218.50	108.24
124.00	117.00	135.80
133.00	227.50	138.95
165.75	218.00	

Ejercicio 23

A
1) $p \div r = q \div s$
2) $m \div 5 = n \div 5$
3) $8 \div a = 8 \div b$
4) $k \div 6 = 1 \div 6$
5) $9 \div p = 9 \div q$

B
1) $a \div 5 > b \div 5$
2) $c \div 7 < d \div 7$
3) $3 < 5$
4) $m \div p > n \div q$
5) $m \div 12 < n \div 8$
6) $20 \div c < 20 \div d$
7) $50 > 25$
8) $15 \div c < 20 \div d$
9) $4 > 2$
10) $m \div p < n \div q$
11) No se puede anticipar el resultado.
12) No se puede anticipar el resultado.

C
1) $m + n + o - p$
2) 23
3) 1
4) 10
5) 23

Ejercicio 24

1) 2173.78
2) 51.878
3) 260.71
4) 1.599
5) 8 047.858
6) 2.5
7) 0.376
8) 2 365.837
9) 4 031 820
10) 15.478

Ejercicio 25

A) 1) 5 906.142
2) 67.192
3) 18.9
4) 1006
5) 2.16
6) 368
7) 7.244
8) 1 908.052
9) 110
10) 23.283
11) 4 009
12) 403 008
13) 1 430
14) 6 070.502
15) 69.843

B) 1) 108.71
2) 51.06
3) $ 37.45
4) 1 548.23
5) 0.043
6) 155.40
7) 515.59
8) 0.08
9) 4.65
10) 481.5

C) 1) 26
2) 895.23
3) 315.7
4) 0.045
5) 420
6) 9 300
7) 132
8) 91

Ejercicio 26

1) a) $ 26
b) $ 92
c) 85
d) $ 4 068.00
e) $ 1.04
f) $ 45
2) $ 99 327.34
3) $ 12 463 699.75
4) $ 92 806
5) $ 32 183
6) $ 8.74
7) $ 19 220
8) $ 8,87. Sí, le quedan $ 6.13
9) $ 22.94
10) $ 8.43
11) $ 50.25
12) $ 30.25
13) $ 21 910
14) $ 461 188
15) Sí. $ 20 784.90
16) Sí. $ 1 277.83
17) $ 19 710.00
18) 399.85
19) $ 460
20) 8 945 350
21) 197 661
22) Sí, en 1 705 404
23) $ 2 273.26
24) $ 264 584.28
25) $ 1 025.25
26) $ 1 548.15
27) 983.03 ha
28) $ 232 117.18
29) $ 267.00
30) $ 60.50
31) $ 885.37
32) $ 6.50
33) $ 715
34) $ 1 189.50
35) $ 11 175
36) $ 28 960.00
37) $ 22 057.40
38) $ 2 530.55
39) $ 3 100
40) $ 213 030
41) $ 3 770
42) 22 050 Kg
43) $ 1 593.75
44) $ 250 433.12
45) 17
46) 765
47) $ 86.25

48) $ 1168.00
49) $ 1.50
50) $ 6077.40
51) 1.50
52) $ 99.50
53) $ 10 967.22
54) $ 7122
55) $ 30.86
56) $ 881.09
57) $ 15 038.30
58) 100
59) 400
60) $ 36.00
61) $ 5.75
62) 3 000 naranjas a $ 0.08
63) $ 480 al año y $ 120 gastos.
64) $ 150
65) $ 50.70 semana, $ 202.80 mes, $ 2433.60 año
66) $ 3.06
67) $ 113.65
68) $ 9.74
69) $ 73 542
70) $ 7 876.20
71) 2 años y medio.
72) 3 000
73) $ 20.00
74) $ 15 y $ 18
75) $ 180.00
76) $ 8.28
77) Peso total: 5 843.952 ton
monto total de la venta: $ 5 553 215.30
78) Precio total pagado: $ 998.25
79)

Número del trabajador	Salario mensual (US $)
1	877.09
2	1 015.00
3	702.12
4	1 285.17
5	1 350.00
6	1 666.67
7	952.14
8	785.42

80) Gastan en 20 días de trabajo $ 480.00

Ejercicio 27

1)	49	6)	6 859	11)	1 728 000	16)	1 771 561
2)	121	7)	441	12)	238 328	17)	729 000
3)	169	8)	13 225	13)	16	18)	26 873 856
4)	225	9)	1 331	14)	65	19)	3 330 625
5)	289	10)	2 197	15)	531 441	20)	1

Ejercicio 28

1) 12
2) 135
3) 64
4) 7 200
5) 72 900
6) 35 152
7) 16
8) 112
9) 4.32
10) 2 613.6

Ejercicio 29

1) 75
2) 152
3) 15.5
4) 12.5
5) 45.2
6) 19.5
7) 1 256
8) 13.56
9) 14.45
10) 21.5

Ejercicio 30

A
1) Por 2
2) Por 2 y 4
3) Por ninguno de los dos
4) Por 2 y 4
5) Por 2
6) Por ninguno de los dos
7) Por 2 y 4
8) Por 2
9) Por 2 y 4
10) Por 2

B
1) Por 3
2) Por 3
3) Por 3 y 9
4) Por 3
5) Por ninguno de los dos
6) Por 3 y 9
7) Por 3 y 9
8) Por ninguno de los dos
9) Por 3
10) Por 3 y 9

C
1) Por 5
2) Por 5 y 10
3) Por 5 y 10
4) Por 5
5) Por ninguno de los dos
6) Por 5
7) Por ninguno de los dos
8) Por 5 y 10
9) Por 5
10) Por 5 y 10

D
1) Por 7 y 11
2) Por 7
3) Por 7
4) Por 11
5) Por 7 y 11
6) Por 11
7) Por 7
8) Por 7 y 11
9) Por ninguno de los dos
10) Por 11

E
1) Por 13
2) Por 13 y 17
3) Por 19
4) Por 13 y 19
5) Por 13, 17 y 19
6) Por ninguno de los tres
7) Por 19
8) Por 17 y 19
9) Por 13
10) Por 17

Ejercicio 31

1) Por 2, 4, 5, 7 y 10
2) Por 13
3) Por 3, 9 y 17
4) Por 2, 3, 5, 7, 9 y 10
5) Por 2, 4, 5 y 10
6) Por 2, 3, 7, 9 y 19
7) Por 11, 13, 17 y 19
8) Por ninguno de ellos
9) Por 2, 3, 4, 5, 7, 9, 10, 11 y 13
10) Por 2, 3, 5, 9, 10, 17 y 19

Ejercicio 32

1) $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
2) $385 = 5 \times 7 \times 11$
3) $637 = 7^2 \times 13$
4) $891 = 3^4 \times 11$
5) $14\,175 = 3^4 \times 5^2 \times 7$
6) $14\,399 = 7 \times 11^2 \times 17$
7) $5\,643 = 3^3 \times 11 \times 19$
8) $35\,000 = 2^3 \times 5^4 \times 7$
9) $454\,597 = 11^2 \times 13 \times 17^2$
10) $250\,047 = 3^6 \times 7^3$

Ejercicio 33

A

1)	6	5)	1	9)	7
2)	5	6)	5	10)	143
3)	3	7)	9	11)	2
4)	2	8)	175	12)	27

B

1)	11	5)	77	9)	17
2)	49	6)	3	10)	25
3)	1	7)	35	11)	343
4)	13	8)	7	12)	225

Ejercicio 34

1)	0.6	6)	22.5	11)	0.53
2)	1.33	7)	0.23	12)	0.58
3)	0.69	8)	0.71	13)	0.95
4)	0.4	9)	0.11	14)	0.56
5)	0.86	10)	0.32	15)	0.25

Ejercicio 35

1) $\frac{1}{2}$
2) $\frac{41}{50}$
3) $\frac{23}{200}$
4) $\frac{2}{5}$
5) $\frac{3}{4}$
6) $\frac{8827}{10000}$
7) $\frac{1}{4}$
8) $\frac{9}{20}$
9) $\frac{7}{20}$
10) $\frac{1}{10}$

Ejercicio 36

A

1) $\frac{15}{5}$
2) $\frac{36}{9}$
3) $\frac{90}{6}$
4) $\frac{44}{2}$
5) $\frac{18}{3}$
6) $\frac{36}{9}$
7) $\frac{130}{10}$
8) $\frac{112}{7}$
9) $\frac{78}{8}$
10) $\frac{228}{12}$

B

1) $\frac{11}{6}$
2) $\frac{23}{3}$
3) $\frac{44}{7}$
4) $\frac{31}{4}$
5) $\frac{41}{5}$
6) $\frac{5}{4}$
7) $\frac{5}{2}$
8) $\frac{39}{4}$
9) $\frac{57}{11}$
10) $\frac{156}{13}$

C

1) $2\frac{1}{4}$
2) $3\frac{2}{3}$
3) $2\frac{2}{5}$
4) $5\frac{3}{8}$
5) $12\frac{1}{2}$
6) $3\frac{1}{4}$
7) $2\frac{3}{7}$
8) $4\frac{3}{4}$
9) $4\frac{1}{5}$
10) $4\frac{2}{3}$

Ejercicio 37

1) $\frac{1}{4}$
2) $\frac{1}{6}$
3) $\frac{1}{9}$
4) $\frac{1}{3}$
5) $\frac{3}{11}$
6) $\frac{1}{3}$
7) $\frac{17}{32}$
8) $\frac{1}{4}$
9) $\frac{2}{7}$
10) $\frac{3}{11}$

Ejercicio 38

1) $\frac{720}{1200}$, $\frac{1050}{1200}$ y $\frac{1000}{1200}$
2) $\frac{1050}{3675}$, $\frac{3150}{3675}$ y $\frac{2058}{3675}$
3) $\frac{429}{1144}$, $\frac{728}{1144}$ y $\frac{792}{1144}$
4) $\frac{50}{100}$, $\frac{60}{100}$ y $\frac{20}{100}$
5) $\frac{720}{2880}$, $\frac{1920}{2880}$ y $\frac{2592}{2880}$
6) $\frac{544}{680}$, $\frac{440}{680}$ y $\frac{255}{680}$

Ejercicio 39

1) 1 230
2) 1 850
3) 6 930
4) 6 292
5) 94 462 200
6) 900
7) 31 920
8) 19 110
9) 24 255
10) 7 350
11) 3 168 000
12) 10 800

Ejercicio 40

1) $\frac{5}{40}$ y $\frac{24}{40}$
2) $\frac{27}{72}$ y $\frac{32}{72}$
3) $\frac{14}{22}$ y $\frac{11}{22}$
4) $\frac{4}{12}$ y $\frac{3}{12}$
5) $\frac{156}{364}$, $\frac{91}{364}$ y $\frac{308}{364}$
6) $\frac{42}{273}$, $\frac{156}{273}$ y $\frac{91}{273}$
7) $\frac{140}{220}$, $\frac{165}{220}$ y $\frac{176}{220}$
8) $\frac{20}{24}$, $\frac{8}{24}$ y $\frac{9}{24}$
9) $\frac{5}{20}$, $\frac{10}{20}$ y $\frac{4}{20}$
10) $\frac{1}{6}$, $\frac{4}{6}$ y $\frac{4}{6}$
11) $\frac{30}{50}$, $\frac{12}{50}$, $\frac{3}{50}$ y $\frac{25}{50}$
12) $\frac{7}{63}$, $\frac{9}{63}$, $\frac{1}{63}$ y $\frac{21}{63}$

Ejercicio 41

1) $\frac{47}{60}$
2) $1\frac{179}{210}$
3) $4\frac{4}{15}$
4) $3\frac{6}{10}$
5) $3\frac{61}{88}$
6) $1\frac{23}{70}$
7) $5\frac{11}{12}$
8) $4\frac{9}{35}$
9) $8\frac{4}{15}$
10) $3\frac{41}{45}$
11) $5\frac{23}{48}$
12) $8\frac{17}{20}$

Ejercicio 42

1) $\frac{27}{56}$
2) $\frac{19}{35}$
3) $1\frac{3}{4}$
4) $\frac{13}{21}$
5) $\frac{13}{80}$
6) $\frac{26}{35}$
7) $2\frac{25}{44}$
8) $\frac{19}{36}$
9) $1\frac{1}{12}$
10) $4\frac{31}{36}$

Ejercicio 43

1) $\frac{11}{35}$
2) $\frac{37}{60}$
3) $1\frac{13}{24}$
4) $1\frac{3}{21}$
5) $\frac{11}{12}$
6) $2\frac{5}{6}$
7) $1\frac{23}{33}$
8) $2\frac{1}{6}$
9) $1\frac{5}{7}$
10) $4\frac{16}{55}$

Ejercicio 44

1) $\frac{7}{36}$
2) $\frac{3}{5}$
3) $5\frac{62}{63}$
4) $\frac{15}{28}$
5) $2\frac{7}{10}$
6) $\frac{6}{7}$
7) $\frac{6}{504}$
8) $2\frac{9}{48}$
9) $68\frac{40}{63}$
10) $\frac{1}{22}$
11) $1\frac{6}{7}$
12) $\frac{7}{646}$

Ejercicio 45

1) $2\frac{2}{7}$
2) $5\frac{11}{14}$
3) $1\frac{7}{8}$
4) 18
5) $\frac{4}{35}$
6) $2\frac{11}{12}$
7) $2\frac{2}{45}$
8) $\frac{39}{600}$
9) $\frac{5}{21}$
10) $8\frac{1}{6}$
11) $\frac{5}{11}$
12) $1\frac{5}{13}$

Ejercicio 46

1) $2\frac{1}{2}$
2) $\frac{3}{14}$
3) $1\frac{5}{16}$
4) $\frac{44}{45}$
5) $\frac{5}{12}$
6) $1\frac{3}{4}$
7) $\frac{5}{48}$
8) $9\frac{1}{4}$
9) $\frac{11}{28}$
10) $1\frac{7}{13}$
11) $\frac{1}{20}$
12) $3\frac{2}{3}$
13) $5\frac{1}{2}$
14) 24
15) $1\frac{2}{11}$
16) $10\frac{4}{5}$
17) $\frac{6}{25}$
18) $\frac{5}{44}$
19) 1
20) $\frac{1}{4}$

Ejercicio 47

1 100 m
2) $ 240.00
3) Avión: 600 km
Tren: 80 km
Automóvil: 120 km
4) $ 875.00
5) 175 reses
6) 3/10 partes
7) En 1/5
8) 27/71 del precio de venta
27/44 del precio de compra.
9) $ 10.00
10) $ 2 800.00
11) 30 hectáreas a cultivos
140 hectáreas a pastos
precio de venta: $ 9 000.00
12) $ 240.00
13) 125 páginas
14) $ 600.00
15) 144 reses.

Ejercicio 48

1) $ 29.60
2) 84 días
3) $ 126.00
4) $ 3 196.96
5) $ 63.25
6) 18 obreros.
7) 391.5 m
8) $ 1 125.00
9) 1 551.2 m
10) 25 días
11) $ 910.00
12) 3 residencias
13) 301 días
14) 10 obreros
15) 8 horas
16) 111.1 m
17) $ 707.14
18) 20 viajes
19) 506.25 Kg
20) $ 1 520.16
21) 9.28 Kg
22) 12 horas
23) $ 2 345.74
24) 25 obreros
25) 31.5 l
26) 4 camiones
27) 3 veces
28) 4 veces
29) 16 500 unidades
30) $ 13 083.33
31) $ 1.98
32) 18 obreros
33) $ 100 640
34) $ 4 285.70
35) 12.5 camiones
36) $ 262.50
37) $ 105.00
38) 37.44 m

Ejercicio 49

A

1) 108.75
2) 45
3) 3.6
4) 325
5) 34
6) 129.03
7) 1 381.875
8) 31.785

B

1) 20 %
2) 5 %
3) 32.5 %
4) 6.9 %
5) 0.29 %
6) 0.43 %
7) 2.5 %
8) 3.37 %

C

1) 212
2) 4 625
3) 355
4) 400
5) 766
6) 460
7) 6 666
8) 2.322

Ejercicio 50

1) I. de servicios = $ 15 855
Materiales = $ 30 200
Mano de obra = $ 21 140
Ganancias = $ 8 305
2) Primero = 30.3 %
Segundo = 27.6 %
Tercero = 21.3 %
Cuarto = 20.8 %
3) $ 15 797
4) Primero = 45.6
Segundo = 32.4
Tercero = 42
5) Niñas = 52.46 %
Niños = 47.54 %
6) 5 806 habitantes.
7) Auto $ 4 000
Casa $ 2 500
Ropa $ 1 000
Banco $ 2 500
8) Niños = 16 %
Mujeres = 32.9 %
Hombres = 51.1 %
9) $ 19 200
10) $ 19 666
11) $ 12 696

12) $ 24 494
13) $ 3 390
14) $ 902.88
15) Primero = $ 6 714
Segundo = $ 8 579
16) 47.37 %
17) $ 36 138.33
18) Primero = 38 %
Segundo = 47 %
Tercero = 15 %
19) $ 1 039.5
20) Tres años y medio.
21) $ 51.45
22) $ 19 147.5
23) $ 10 065.71
24) 22 %
25) $ 74.37
26) 29.2 %
27) $ 94.14
28) $ 14 456.25
29) $ 67.12
30) $ 430
31) 31.7 pieles
32) 58 abrigos
$ 108.75
33) Flete 22.85 %
Gestionador 35.71 %
34) Madero = $ 2 192
Ladrillo = $ 1 370
Cemento = $ 1 918
35) 5.9 %
36) 23.5 %
37) $ 15
38) $ 3 822.02
39) Si = 48.72 %
No = 51.28 %
23 satisfechos.
40) Vasos = 36.8 %
Tazas = 78.2 %
Platos = 82.6 %

Ejercicio 51

1) $ 594.17
2) $ 48.13
3) 12 %
4) $ 2 706.76
5) 1.07 años
6) 18 %
7) 6 meses
8) $ 182.66
9) $ 26.80
10) $ 31.66
11) 3.13 %
12) $ 383.33
13) $ 730.82
14) 1.34 %
15) 2.65 %
16) $ 1 350
17) 7.75 %
18) 4.6 años
19) 4.2 meses
20) 1.06 años
21) 12.5 %
22) $ 11.42
23) $ 1 320.00
24) $ 9 500
25) $ 460.29

Ejercicio 52

1) $ 551.25
2) $ 273.19
3) $ 378.56
4) $ 159.18
5) $ 273.18
6) $ 601.01
7) $ 297.67
8) $ 497.18
9) $ 14.28
10) $ 9.35
11) $ 822.19
12) $ 162.28
13) $ 937.12
14) $ 530.45
15) $ 957.16

Ejercicio 53

N.º	Fecha de vencimiento	Período de descuento
1	13 de febrero	52 días
2	23 de febrero	62 días
3	10 de abril	36 días
4	20 de agosto	19 días
5	15 de abril	26 días
6	8 de agosto	141 días
7	25 de octubre	71 días
8	10 de agosto	9 días
9	5 de mayo	36 días
10	10 de junio	38 días

Ejercicio 54

1)	a) Fecha de vencimiento	b) Período de descuento	c) Descuento bancario	d) Valor efectivo
A	10 de julio	3 días	$ 0.22	$ 449.78
B	24 de julio	33 días	$ 3.13	$ 566.87

2)

	a) Fecha de vencimiento	b) Período de descuento	c) Descuento bancario	d) Gastos de cobro
A	15 de junio	82 días	$ 1.99	$ 0.88
B	9 de agosto	19 días	$ 1.50	$ 0.71

	e) Total de cargos	f) Valor efectivo
A	$ 2.87	$ 172.13
B	$ 2.21	$ 567.79

3)

		A	B
a)	Interés sobre el pagaré	$ 22.50	$ 28
b)	Valor al vencimiento	$ 2 272.50	$ 1 818
c)	Fecha de vencimiento	10 de febrero	13 de junio
d)	Período de descuento	58 días	34 días
e)	Descuento bancario	$ 18.30	$ 12.08
f)	Gastos de cobro	$ 5.68	$ 3.66
g)	Total de cargos	$ 23.98	$ 15.74
h)	Valor efectivo neto	$ 2 248.52	$ 1 812.26

Ejercicio 55

1)

Letra	Fecha de vencimiento	Período de descuento
A	29 de mayo	52 días
B	13 de septiembre	50 días
C	28 de octubre	52 días
D	30 de noviembre	20 días
E	27 de diciembre	4 días

2)

	A	B	C
Fecha de vencimiento	5 sept.	11 mayo	20 sept.
Período de descuento	47 días	40 días	42 días
Descuento bancario	$ 34.79	$ 10.29	$ 43.90
Comisión de cobro	$ 6.66	$ 2.31	$ 13.44
Total de cargos	$ 41.45	$ 12.60	$ 57.34
Valor efectivo	$ 5 288.55	$ 2 302.40	$ 5 317.66

Ejercicio 56

1) 0.015 dam
2) 8 000 m
3) 0.375 dm
4) 25 mm
5) 482 dm
6) 42.853 m
7) 0.45 m
8) 0.78 m
9) 0.3772 Km
10) 8.89 cm
11) 6 596.9 m
12) 6 482 m

Ejercicio 57

1) 250 000 cm^2
2) 0.4285 cm^2
3) 42.872 dam^2
4) 35 000 m^2
5) 0.405325 Km^2
6) 350 cm^2
7) 4.02105 dm^2
8) 25 hm^2
9) 43 000 m^2
10) 1.28255 dam^2

Ejercicio 58

1) 0.14 m^3
2) 4 250 dm^3
3) 450 500 000 cm^3
4) 5.2 dam^3
5) 0.5 dm^3
6) 0.15 Km^3

Ejercicio 59

1) 650 cl
2) 27 l
3) 4.2 hl
4) 0.945 l
5) 30 ml
6) 45.5 hl
7) 200 ml
8) 3.4 hl

Ejercicio 60

1) 0.15 g
2) 9.25 g
3) 3 200 g
4) 850 dg
5) 438.25 dg
6) 6.5 dg
7) 600 Kg
8) 250 Kg
9) 1 043.26 g
10) 0.55 lb

Ejercicio 61

1) 684 000 cm^3 de agua y 684 l
2) 200 m
3) 1 094.4 m
4) 72 300 tinajas
5) $ 578.02
6) $ 922.75
7) 783 900 l
8) 0.567 m^3
9) 149 cajas
10) $ 1 742.60
11) 9.04 m^3
12) 2 000 hl
13) $ 1 290.93
14) 500 l
15) $ 35 784.60
16) 42 trajes
17) 24 700 m^2
18) 3 000 cm^3
19) $ 56 000
20) $ 2936.25
21) 344.4 tablas
22) 75 m
23) 1.5 m
24) 1 927.5 cm^3
25) 8 l
26) $ 23 100
27) $ 3.50
28) 194 postales
29) 1.02 hl, 0.87 hl y 0.76 hl
30) $ 454 000
31) 463.75 hg

Ejercicio 62

1) $ 140.62
2) $ 499.80
3) 8.75 m^2
4) $ 51 116.25
5) $ 24 343.75
6) $ 100.80
7) a) 3.53 m^2
   b) 6.13 m^2
   c) 9.66 m^2
   d) 2.3 m^3
8) 1.18 m^3
9) S = 78.54 m^2
   V = 65.45 m^3
10) 29.32 cm^3
11) S_l (3) = 141.37 cm^2
    V (1) = 37.7 cm^3
12) 2.69 m^3
13) 42 cm^3
14) 2 940 cm^3
15) 294.66 cm^3
16) 156 cm^3
17) $ 2 025
18) 840 cm^3
19) Superficie: 350 m^2 y capacidad: 700 m^3
20) $ 48.00

Ejercicio 63

A)

1) 7 475 minutos
2) 55 540″
3) 1 402 582 segundos (centesimales)
4) 37 días, 15 horas, 27 minutos y 5 segundos.
5) 11 ° 48′ 30″
6) 8 g 0320

B)

1) 88 g 8888
2) 27 g 7773
3) 16 g 8595
4) 100 g 3750
5) 133 g 8950

C)

1) 22° 30′
2) 22° 51′ 36″
3) 76° 46′ 18″
4) 90° 24′ 41″
5) 225° 11′ 1″

D)

1) 66° 6′ 20″
2) 28 días 11 horas 20 min
3) 106 g 5187
4) 1 día 8 horas 31 min y 42 s
5) 12 años

E)

1) 32° 49′ 48″
2) 59° 44′ 30″
3) 24 g 8767
4) 1 año 10 meses 21 días
5) 2 horas 53 min 55 s

Respuestas a los autoexámenes

AUTOEXAMEN 1
1) e
2) a
3) c
4) c
5) d
6) b
7) c
8) d

AUTOEXAMEN 2
1) d
2) e
3) c
4) c
5) a
6) d
7) b
8) a
9) b
10) d

AUTOEXAMEN 3
1) b
2) c
3) e
4) a
5) d
6) c
7) b
8) e
9) a
10) d

AUTOEXAMEN 4
1) c
2) b
3) d
4) a
5) e
6) a

AUTOEXAMEN 5
1) e
2) d
3) a
4) d
5) b
6) e
7) c
8) b
9) a
10) b

AUTOEXAMEN 6
1) b
2) e
3) a
4) c
5) e
6) c
7) a
8) d
9) d
10) b

AUTOEXAMEN 7
1) b
2) e
3) d
4) d
5) c
6) a
7) b
8) c
9) e
10) c

AUTOEXAMEN 8
1) d
2) e
3) b
4) b
5) a
6) c
7) a
8) d
9) b

AUTOEXAMEN 9
1) a
2) b
3) e
4) d
5) a
6) b
7) c
8) e
9) d
10) c

AUTOEXAMEN 10
1) b
2) c
3) a
4) e
5) e
6) a
7) b
8) d
9) d
10) b

AUTOEXAMEN 11
1) a
2) b
3) b
4) c
5) a
6) d
7) e
8) e
9) c
10) d

AUTOEXAMEN 12
1) e
2) b
3) a
4) b
5) b
6) c
7) d
8) d
9) a
10) e

AUTOEXAMEN 13
1) e
2) d
3) c
4) a
5) b
6) a
7) b
8) b
9) d
10) d

AUTOEXAMEN 14
1) b
2) b
3) a
4) c
5) c
6) d
7) e
8) e
9) a
10) d